

778E

778
E

نام :

نام خانوادگی:

محل امضاء :



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.

امام خمینی (ره)

آزمون دانش‌پذیری دوره‌های فراگیر «کارشناسی ارشد» دانشگاه پیام نور

رشته‌ی مهندسی مکانیک - طراحی کاربردی (کد ۱۹۶)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مقاومت مصالح پیشرفته	۲۰	۱	۲۰
۲	مکانیک محیط‌های پیوسته (۱)	۲۰	۲۱	۴۰
۳	ریاضیات پیشرفته (۱)	۲۵	۴۱	۶۵

آذر ماه سال ۱۳۹۱

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

۱- جواب عمومی معادله دیفرانسیل مربوط به منحنی تغییر شکل تیر منشوری نامحدود واقع بر تکیه‌گاه ارتجاعی یکسره،

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = -\beta^4 y \quad \text{کدام است؟}$$

$$y = e^{\sqrt{2}\beta x} (A \cos \beta x + B \sin \beta x) + e^{-\sqrt{2}\beta x} (C \cos \beta x + D \sin \beta x) \quad (1)$$

$$y = e^{\beta x} (A \cos \beta x + B \sin \beta x) + e^{-\beta x} (C \cos \beta x + D \sin \beta x) \quad (2)$$

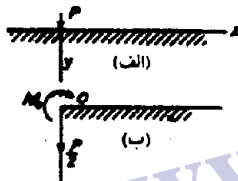
$$y = e^{\beta x} (A \cos \sqrt{2}\beta x + B \sin \sqrt{2}\beta x) + e^{-\beta x} (C \cos \sqrt{2}\beta x + D \sin \sqrt{2}\beta x) \quad (3)$$

$$y = e^{\sqrt{2}\beta x} (A \cos \sqrt{2}\beta x + B \sin \sqrt{2}\beta x) + e^{-\sqrt{2}\beta x} (C \cos \sqrt{2}\beta x + D \sin \sqrt{2}\beta x) \quad (4)$$

۲- با توجه به شکل، تیر منشوری نامحدود واقع بر تکیه‌گاه ارتجاعی یکسره، تحت اثر یک بار متمرکز تنها قرار گرفته است. محل

اثر بار را مبداء مختصات، $x = 0$ ، در نظر می‌گیریم. شیب منحنی تغییر شکل و نیروی برشی متعلق به نیمه راست تیر در نقطه

$x = 0$ به ترتیب عبارتند از



$$-\frac{P}{2}, 0 \quad (1)$$

$$0, 0 \quad (2)$$

$$0, \frac{P\beta^2}{2k} \quad (3)$$

$$-\frac{P}{2}, \frac{P\beta^2}{2k} \quad (4)$$

۳- در یک تیر منشوری نامحدود واقع بر تکیه‌گاه ارتجاعی یکسره که تحت تأثیر یک بار متمرکز تنها قرار دارد، کدام یک از

موارد زیر در محل اثر بار حداکثر می‌باشد؟

(۲) نیروی برشی و لنگر خمشی

(۱) تغییر مکان و شیب

(۴) تغییر مکان و نیروی برشی

(۳) تغییر مکان و لنگر خمشی

۴- در یک ریل، k, I_z و E به صورتی می‌باشند که به ازای آن‌ها $\beta = \sqrt{\frac{k}{4EI_z}} = 0.01 \text{ cm}^{-1}$ ، طول موج منحنی‌های تغییر

مکان و لنگر خمشی ریل چند cm است؟

۶۲۸ (۴)

۱۵۷ (۳)

۳۱۴ (۲)

۷۸ (۱)

۵- تیر نشان داده شده در شکل تحت تأثیر دو لنگر مساوی و مختلف‌الجهت در دو انتهای خود قرار گرفته است. تغییر مکان دو

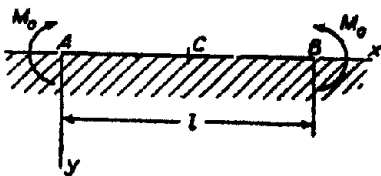
انتهای تیر چند برابر $\frac{2M_0\beta^2}{k}$ می‌باشد؟

$$\frac{\sinh \beta L + \sin \beta L}{\cosh \beta L} \quad (1)$$

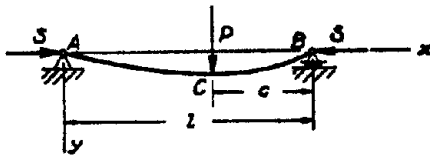
$$\frac{\sinh \beta L - \sin \beta L}{\sinh \beta L} \quad (2)$$

$$\frac{\sinh \beta L - \sin \beta L}{\sinh \beta L + \sin \beta L} \quad (3)$$

$$\frac{\sinh \beta L + \sin \beta L}{\sinh \beta L - \sin \beta L} \quad (4)$$



۶- عضو نشان داده شده در شکل تحت اثر نیروی جانبی منفرد P و نیروهای S که بر مرکز مقطع عضو وارد می‌شوند قرار گرفته است. در صورتی که نیروی P در صفحه تقارن عضو باشد، منحنی تغییر مکان بخش سمت چپ عضو کدام است؟



$$(p = \sqrt{\frac{S}{EI}})$$

$$y = -\frac{Pc}{Sl}x \quad (1)$$

$$y = \frac{P}{Sp} \cdot \frac{\sin pc}{\sin pl} \sin px - \frac{Pc}{Sl}x \quad (2)$$

$$y = \frac{P}{Sp} \cdot \frac{\sin pc}{\sin pl} \cos px - \frac{Pc}{Sl}x \quad (3)$$

$$y = \frac{P}{Sp} \cdot \frac{\sin p(l-c)}{\sin pl} \sin p(l-x) - \frac{P(l-c)}{Sl}(l-x) \quad (4)$$

۷- عضو فشاری نشان داده شده در شکل دارای منحنی تغییر شکلی به صورت $y = \frac{M_o}{S} \left(\frac{\sin px}{\sin pl} - \frac{x}{l} \right)$ می‌باشد. معادلهٔ لنگر خمشی کدام است؟



$$M(x) = \frac{M_o}{\sin pl} \sin px \quad (1)$$

$$M(x) = \frac{M_o}{\sin pl} \cos px \quad (2)$$

$$M(x) = \frac{M_o p^2}{S \sin pl} \cos px \quad (3)$$

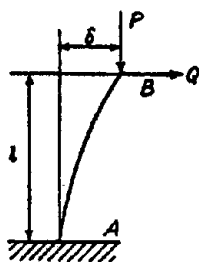
$$M(x) = \frac{M_o}{S} \left(p \frac{\cos px}{\sin pl} - \frac{1}{l} \right) \quad (4)$$

۸- منحنی تغییر شکل میل مهار (tie rod) به صورت $y = \frac{M_o}{S} \left(\frac{x}{l} - \frac{\sinh px}{\sinh pl} \right)$ می‌باشد. لنگر خمشی در وسط میل مهار چقدر است؟

$$(u^2 = \left(\frac{pl}{\gamma}\right)^2 = \frac{Sl^2}{4EI})$$

$$\frac{M_o}{\gamma \sinh(u)} \quad (4) \quad \frac{M_o}{\gamma \cosh(u)} \quad (3) \quad \frac{M_o}{\cosh\left(\frac{u}{\gamma}\right)} \quad (2) \quad \frac{M_o}{\cosh(u)} \quad (1)$$

۹- ستون قائم AB در شکل در A گیردار است و بارهای P و Q بر انتهای B آن وارد می‌شوند. تغییر مکان δ چقدر است؟



$$\left(\alpha = \frac{\sqrt{Pl^3}}{\pi^2 EI}\right)$$

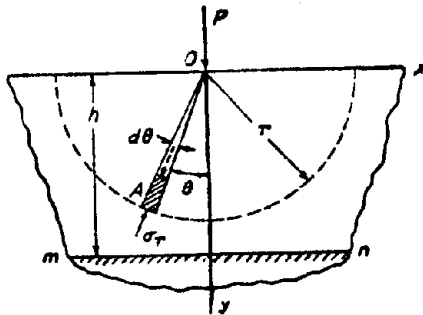
$$\frac{Ql^3}{\gamma EI} \quad (1)$$

$$\frac{Ql^3}{\gamma \alpha EI} \quad (2)$$

$$\frac{Ql^3}{\gamma EI(1+\alpha)} \quad (3)$$

$$\frac{Ql^3}{\gamma EI(1-\alpha)} \quad (4)$$

۱۰- نیروی P بر وسط یک صفحه به طور عمود مطابق شکل وارد می‌شود. تنش فشاری ساده در نقطه A چگونه است؟ (ب ضخامت صفحه است.)



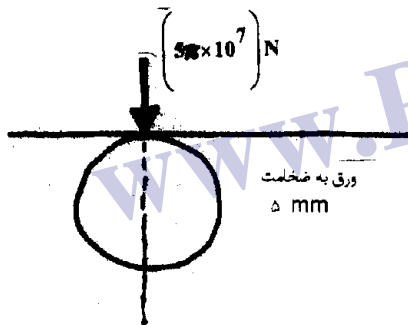
(۱) مماسی و برابر $\frac{-2P \cos \theta}{\pi b r}$

(۲) مماسی و برابر $\frac{-2P \cos^2 \theta}{\pi b^2}$

(۳) شعاعی و برابر $\frac{-2P \cos \theta}{\pi b r}$

(۴) شعاعی و برابر $\frac{-2P \cos^2 \theta}{\pi b^2}$

۱۱- شعاع دایره‌ای را تعیین کنید که اندازه تنش فشاری شعاعی بر روی آن 1 MPa است.



(۱) $10 \pi \text{ mm}$

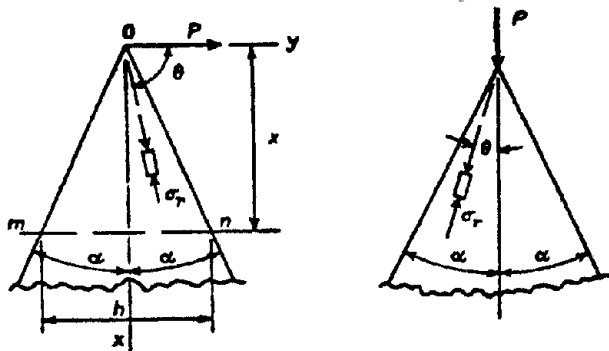
(۲) 10 mm

(۳) 20 mm

(۴) $20 \pi \text{ mm}$

۱۲- اگر توزیع تنش فشاری ساده در راستای شعاعی به صورت $\sigma_r = -k \frac{P \cos \theta}{b r}$ فرض شود، با توجه به گوه نشان داده شده.

ضریب k کدام است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) $\frac{1}{\alpha + \frac{\sin 2\alpha}{2}}$

(۴) $\frac{1}{\alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2}}$

۱۳- در خمش صفحه‌ای به ضخامت h ، مدول الاستیسیته E و ضریب پواسون μ صلیبیت خمشی کدام است؟

(۲) $\frac{Eh^3}{12(1+\mu^2)}$

(۱) $\frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$

(۴) $\frac{Eh^3}{12(1+\mu)(1-2\mu)}$

(۳) $\frac{Eh^3}{12\mu}$

۱۴- در یک مخزن جدار نازک به ضخامت h که تحت فشار داخلی p قرار دارد، کدام رابطه بین تنش‌های نصف‌النهاری (σ_1) و حلقوی (σ_2) برقرار است؟

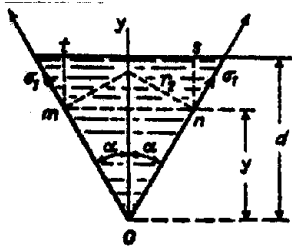
$$\frac{\sigma_1}{r_1} + \frac{\sigma_2}{r_2} = \frac{p}{h} \quad (۲)$$

$$\sigma_1 + \sigma_2 = p \quad (۱)$$

$$r_1\sigma_1 + r_2\sigma_2 = hp \quad (۴)$$

$$\frac{r_1}{\sigma_1} + \frac{r_2}{\sigma_2} = \frac{h}{p} \quad (۳)$$

۱۵- با توجه به شکل یک مخزن مخروطی جدار نازک از مایع پر شده است. زاویه α برابر ۴۵° و فشار داخلی به صورت $p = \gamma(d - y)$ است. شعاع انحنای نصف‌النهاری و تنش نصف‌النهاری می‌باشد.



$$\frac{\gamma y(d-y)\sqrt{r}}{h} \quad \circ \quad (۱)$$

$$\frac{\gamma y(d - \frac{2}{3}y)}{\sqrt{r}h} \quad \circ \quad (۲)$$

$$\frac{\gamma y(d-y)\sqrt{r}}{h} \quad \infty \quad (۳)$$

$$\frac{\gamma y(d - \frac{2}{3}y)}{\sqrt{r}h} \quad \infty \quad (۴)$$

۱۶- در یک مخزن جدار نازک کروی تحت فشار داخلی تنش‌های نصف‌النهاری و حلقوی

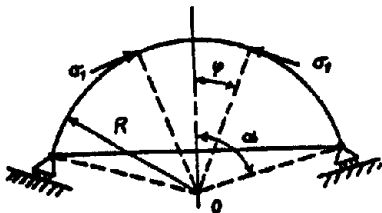
$$(۱) \text{ یکسان و برابر } \frac{pr}{h} \text{ می‌باشند.}$$

$$(۲) \text{ یکسان و برابر } \frac{pr}{2h} \text{ می‌باشند.}$$

$$(۳) \text{ به ترتیب برابر } \frac{pr}{h} \text{ و } \frac{pr}{2h} \text{ می‌باشند.}$$

$$(۴) \text{ به ترتیب برابر } \frac{pr}{h} \text{ و } \frac{pr}{2h} \text{ می‌باشند.}$$

۱۷- مطابق شکل، یک گنبد کروی تحت اثر وزن گسترده خودش به میزان q در واحد سطح قرار دارد. در چه زاویه‌ای تنش حلقوی صفر است؟



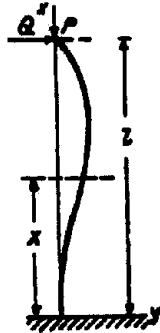
$$\varphi = 60^\circ \quad (۱)$$

$$\varphi = \text{Arcsin}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) \quad (۲)$$

$$\varphi = \text{Arccos}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) \quad (۳)$$

(۴) در تمام زوایای φ تنش حلقوی مخالف صفر است.

۱۸- معادله دیفرانسیل منحنی تغییر شکل میله به کمانش در آمده به صورت $EI \frac{d^2y}{dx^2} = -Py + Q(1-x)$ می باشد. بار بحرانی از معادله به دست می آید و کوچکترین مقدار آن است.



$$\frac{\pi^2 EI}{4l^2} - \tan pl = \frac{1}{pl} \quad (1)$$

$$\frac{\pi^2 EI}{4l^2} - \tan pl = pl \quad (2)$$

$$\frac{20.19 EI}{l^2} - \tan pl = \frac{1}{pl} \quad (3)$$

$$\frac{20.19 EI}{l^2} - \tan pl = pl \quad (4)$$

۱۹- در مبحث استوانه‌های جدار ضخیم، در مورد تنش عمودی شعاعی σ_r کدام گزینه صحیح است؟

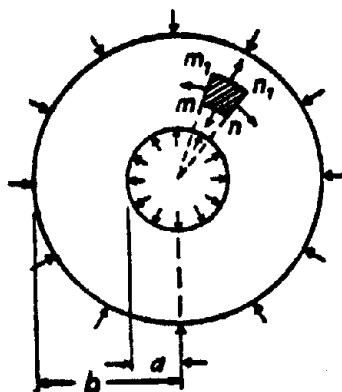
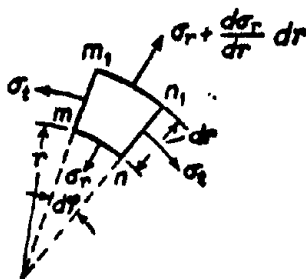
$$\frac{d\sigma_r}{dr} \text{ مقدار ثابتی است.} \quad (2)$$

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\mu^2} \left(\frac{u}{r} + \mu \frac{du}{dr} \right) \quad (4)$$

(1) σ_r مقدار ثابتی است.

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\mu^2} \left(\frac{du}{dr} + \mu \frac{u}{r} \right) \quad (3)$$

۲۰- با توجه به شکل یک استوانه جدار ضخیم تحت تأثیر فشار داخلی صرف $(p_o = 0, p_i = P)$ قرار دارد. تنش عمودی مماسی از کدام رابطه به دست می آید؟



$$\sigma_t = P \frac{a^2}{b^2 - a^2} \left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right) \quad (1)$$

$$\sigma_t = P \frac{a^2}{b^2 - a^2} \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right) \quad (2)$$

$$\sigma_t = P \frac{a^2}{b^2 - a^2} \quad (3)$$

$$\sigma_t = P \frac{a}{b-a} \quad (4)$$

- ۲۱- حاصل $\epsilon_{ijk}\epsilon_{ijl}$ کدام است؟
 (۱) صفر
 (۲) ۲-
 (۳) ۳
 (۴) ۶
- ۲۲- عبارت $\epsilon_{mij}\epsilon_{rjs}$ برابر با کدام است؟
 (۱) $\delta_{ms}\delta_{ir} - \delta_{mr}\delta_{is}$
 (۲) $\delta_{mr}\delta_{is} - \delta_{ms}\delta_{ir}$
 (۳) $\delta_{ms}\delta_{ir} + \delta_{mr}\delta_{is}$
 (۴) $-(\delta_{mr}\delta_{is} + \delta_{ms}\delta_{ir})$
- ۲۳- بردارهای a, b, c, d را در نظر بگیرید. حاصل عبارت $(ab) \cdot (cd)$ کدام است؟
 (۱) $a_m b_n c_m d_n$
 (۲) $a_m b_n c_n d_m$
 (۳) $a_m b_n c_n d_p$
 (۴) $a_m b_n c_p d_q$
- ۲۴- حاصل عبارت $A \times (B \times A) + (A \cdot B)A$ برابر با کدام است؟ (A و B بردار می‌باشند).
 (۱) $A_i A_j B_j e_j$
 (۲) $A_i B_i A_j e_j$
 (۳) $2A_i B_i A_j e_j - A_i A_i B_j e_j$
 (۴) $A_i A_i B_j e_j - 2A_i B_i A_j e_j$
- ۲۵- حاصل عبارت $B_{mn}\epsilon_{mnp}$ برابر با کدام است؟
 (۱) همواره یک بردار صفر می‌باشد.
 (۲) همواره یک بردار مخالف صفر می‌باشد.
 (۳) در صورتی که تانسور B متقارن باشد، یک بردار صفر است.
 (۴) در صورتی که تانسور B متقارن - اریب باشد، یک بردار صفر است.
- ۲۶- در انتقال متعامد غیر مقتضی، دترمینان ماتریس جهت کسینوس‌ها چند است؟
 (۱) صفر
 (۲) ۱-
 (۳) ۱+
 (۴) ± 1
- ۲۷- در صورتی که تانسور مرتبه دوم T برابر $\begin{bmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، تریس $\text{tr}(T)$ چند است؟
 (۱) ۵
 (۲) ۱۰
 (۳) ۲۷
 (۴) ۳۰
- ۲۸- مقادیر اصلی تانسور مرتبه دوم $\begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 3 & -1 & -3 \\ -5 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ از کدام معادله به دست می‌آیند؟
 (۱) $\lambda^3 - 3\lambda^2 + 4 = 0$
 (۲) $\lambda^3 - 3\lambda^2 - 4 = 0$
 (۳) $\lambda^3 + 2\lambda + 4 = 0$
 (۴) $\lambda^3 - 3\lambda^2 + 3\lambda - 4 = 0$
- ۲۹- کدام بردار، جهت اصلی تانسور $\begin{bmatrix} 5 & 1 & \sqrt{2} \\ 1 & 5 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & 6 \end{bmatrix}$ نمی‌باشد؟
 (۱) $-\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{e}_1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{e}_2 + \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{e}_3$
 (۲) $\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{e}_2 + \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{e}_3$
 (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{e}_1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{e}_2$
 (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{e}_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{e}_2$

۳۰- عبارت $\epsilon_{mnp} a_{n,m}$ برابر با کدام است؟

(۱) کرل بردار a

(۲) دیورژانس بردار a

(۳) کرل تانسور مرتبه دوم a

(۴) دیورژانس تانسور مرتبه دوم a

۳۱- حجم V دارای سطح محصور کننده S با نرمال یکه \hat{n} به سمت خارج آن می‌باشد. اگر X بردار موقعیت یک نقطه عمومی درون حجم یا روی سطح آن باشد، مقدار عبارت $\int_S \nabla(X \cdot X) \cdot \hat{n} dS$ برابر با کدام است؟

(۱) صفر

(۲) V

(۳) $3V$

(۴) $6V$

۳۲- بردار تنش در صفحه‌ای که از نقطه P می‌گذرد و دارای نرمال یکه $\frac{6}{V}\hat{e}_1 - \frac{2}{V}\hat{e}_2 - \frac{3}{V}\hat{e}_3$ می‌باشد، بر حسب مگاپاسکال کدام است؟ (مؤلفه‌های تانسور تنش در نقطه P نسبت به همان مختصات که نرمال یکه داده شده بر حسب مگاپاسکال در شکل

ماتریسی به صورت $\begin{bmatrix} 10 & -1 & -2 \\ -1 & 3 & 8 \\ -2 & 8 & 5 \end{bmatrix}$ می‌باشد.)

(۱) $\frac{68}{V}\hat{e}_1 + \frac{12}{V}\hat{e}_2 - \frac{43}{V}\hat{e}_3$

(۲) $\frac{52}{V}\hat{e}_1 - \frac{12}{V}\hat{e}_2 - \frac{43}{V}\hat{e}_3$

(۴) $-\frac{52}{V}\hat{e}_1 + \frac{36}{V}\hat{e}_2 + \frac{43}{V}\hat{e}_3$

(۳) $\frac{68}{V}\hat{e}_1 - \frac{26}{V}\hat{e}_2 - \frac{43}{V}\hat{e}_3$

۳۳- اگر به جسمی ممان‌های متمرکز (ممان‌های حجمی) وارد شوند، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) $\epsilon_{ijk}\sigma_{jk} = 0$

(۲) $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$

(۳) $\sigma_{ij} \neq \sigma_{ji}$

(۴) $\sigma_{ij} = -\sigma_{ji}$

۳۴- تنش در نقطه P نسبت به محورهای PX_1, X_2, X_3 برابر ماتریس $[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} 25 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -60 \\ 0 & -60 & -30 \end{bmatrix}$ و بر حسب مگاپاسکال است.

مؤلفه تنش برشی (σ_s) روی صفحه‌ای که از P می‌گذرد و دارای نرمال یکه $\hat{n} = \frac{2}{3}\hat{e}_1 + \frac{2}{3}\hat{e}_2 + \frac{1}{3}\hat{e}_3$ می‌باشد چند

مگاپاسکال است؟

(۱) 50

(۲) $\frac{50}{3}$

(۳) $\frac{50\sqrt{11}}{3}$

(۴) $\frac{50\sqrt{10}}{3}$

۳۵- مقادیر تنش انحراف برای تانسور تنش $\begin{bmatrix} 7 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 2 & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & 8 \end{bmatrix}$ را تعیین کنید. (تنش‌ها بر حسب مگاپاسکال است.)

(۱) $-3, 1, 2$

(۲) $-3, 0, 3$

(۳) $-3\sqrt{2}, 0, 3\sqrt{2}$

(۴) $-2\sqrt{2}, -\sqrt{2}, 3\sqrt{2}$

۳۶- معادله مشخصه برای تنش انحراف بر حسب مگا پاسکال به صورت $s^3 - 36s + k = 0$ می‌باشد. تنش برشی هشت وجهی چند مگاپاسکال است؟

(۲) $3\sqrt{6}$

(۱) $2\sqrt{6}$

(۴) $\sqrt{\frac{2}{3}}k$

(۳) $\sqrt{\frac{2}{3}|k|}$

۳۷- میدان تنش نسبت به محورهای Oxyz در یک محیط پیوسته به صورت $\begin{bmatrix} x^2 & xy+y^2 & 0 \\ xy+y^2 & xy^2 & 0 \\ 0 & 0 & z^3 \end{bmatrix}$ می‌باشد. در صورتی

که در کل میدان تعادل حاکم باشد، توزیع نیروی حجمی کدام است؟ (جرم حجمی برابر یک فرض شود).

(۱) $(0, 0, -3z^2)$

(۲) $(-3x - 2y, -y(1+2x), -3z^2)$

(۳) $(-y, -x - 2y - y^2, -3z^2)$

(۴) $(-3x - 2y, -x - 2y - y^2, 0)$

۳۸- میدان تغییر مکان به صورت زیر داده شده است:

$$\begin{cases} u_1 = (2 \times 10^{-4}) X_1 X_2 \\ u_2 = (2 \times 10^{-4}) X_2^2 \\ u_3 = (2 \times 10^{-4}) X_1^2 \end{cases}$$

مقادیر اصلی تانسور کرنش بسیار کوچک را تعیین کنید.

(۱) $-1/3 \times 10^{-4}, -2 \times 10^{-4}, +3/3 \times 10^{-4}$

(۲) $-10^{-4}, -2 \times 10^{-4}, +3 \times 10^{-4}$

(۳) $-3 \times 10^{-4}, 0, +3 \times 10^{-4}$

(۴) $-1/5 \times 10^{-4}, 0, +1/5 \times 10^{-4}$

۳۹- حرکت یک محیط پیوسته با معادلات زیر داده شده است:

$$x_1 = X_1 e^{-t}, \quad x_2 = X_2 + X_3 e^{-t} - X_3, \quad x_3 = X_3 e^t$$

همچنین میدان درجه حرارت جسم در توصیف فضایی به صورت $T = e^{-2t}(3x_1 + x_2 - 2x_3)$ می‌باشد. مشتق مادی میدان درجه حرارت کدام است؟

(۱) $-3e^{-2t}x_1 + 2e^{-4t}x_3$

(۲) $-3e^{-2t}x_1 - (e^{-4t} + 2e^{-2t})x_3$

(۳) $-6e^{-2t}x_1 - 2e^{-2t}x_2 + 4e^{-2t}x_3$

(۴) $-9e^{-2t}x_1 - 2e^{-2t}x_2 + e^{-2t}(2 - e^{-2t})x_3$

۴۰- گرادیان تغییر شکل جسمی به صورت ماتریس $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0/5 \\ 0 & 0/5 & 1 \end{bmatrix}$ می‌باشد. تانسور کرنش محدود لاگرانژی کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{20}{9} & -\frac{16}{9} \\ 0 & -\frac{16}{9} & \frac{20}{9} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/25 & 1 \\ 0 & 1 & 1/25 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{11}{18} & -\frac{8}{9} \\ 0 & -\frac{8}{9} & \frac{11}{18} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0/125 & 0/5 \\ 0 & 0/5 & 0/125 \end{bmatrix} \quad (3)$$

ریاضیات پیشرفته ۱

۴۱- با توجه به سری فوریه‌ی تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & ; -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ 0 & ; \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \end{cases}$ مجموع سری همگرای $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \dots$ برابر با کدام است؟

$$\frac{\pi}{2} \quad (1)$$

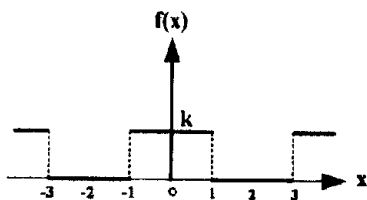
$$\frac{\pi}{4} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{6} \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{9} \quad (4)$$

۴۲- سری فوریه‌ی موج مربعی دوره‌ای زیر کدام است؟ ($p = 2L = 4$)

$$f(x) = f(x+p) = \begin{cases} 0 & ; -2 < x < -1 \\ k & ; -1 < x < 1 \\ 0 & ; 1 < x < 2 \end{cases}$$



$$f(x) = \frac{k}{2} + \frac{\gamma k}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\gamma n - 1} \sin \frac{\gamma n - 1}{2} \pi x \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{k}{2} + \frac{\gamma k}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\gamma n - 1} \sin \frac{\gamma n - 1}{2} \pi x \quad (2)$$

$$f(x) = \frac{k}{2} + \frac{\gamma k}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\gamma n - 1} \cos \frac{\gamma n - 1}{2} \pi x \quad (3)$$

$$f(x) = \frac{k}{2} + \frac{\gamma k}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\gamma n - 1} \cos \frac{\gamma n - 1}{2} \pi x \quad (4)$$

۴۳- تبدیل سینوسی فوریتهی تابع $f(x) = e^x$

(۱) برابر $\frac{\sqrt{\pi} w}{1-w^2}$ است.

(۲) برابر $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}(1+w^2)}$ است.

(۳) برابر $\frac{\sqrt{\pi}}{1+w^2}$ است.

(۴) وجود ندارد.

۴۴- تبدیل کسینوسی فوریتهی تابع $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

(۱) برابر $\sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{-w}$ می باشد.

(۲) برابر $\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}(1+w^2)}$ می باشد.

(۳) برابر $\frac{\sqrt{\pi} e^{-w}}{\sqrt{2}(1+w^2)}$ می باشد.

(۴) وجود ندارد.

۴۵- معادلهی $a^2 \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ یک معادلهی می باشد.

(۱) موج دو بعدی

(۲) موج سه بعدی

(۳) گرمای دو بعدی

(۴) گرمای سه بعدی

۴۶- با توجه به معادلهی $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ با شرایط کرانه‌ای $u(0, t) = 0$ و $u(L, t) = 0$ ، مد نرمال سوّم کدام است؟

(۱) $G_3(t) \cdot \cos \frac{3c\pi}{L} x$

(۲) $G_3(t) \cdot \sin \frac{3c\pi}{L} x$

(۳) $G_3(t) \cdot \cos \frac{2\pi}{L} x$

(۴) $G_3(t) \cdot \sin \frac{2\pi}{L} x$

۴۷- در یک معادلهی دیفرانسیل جزئی، شکل مدهای نرمال با تغییر عوض می شود.

(۱) خطی - شرایط اولیه

(۲) خطی - شرایط کرانه‌ای

(۳) غیر خطی - شرایط اولیه

(۴) غیر خطی - شرایط کرانه‌ای

۴۸- جواب معادله‌ی $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ با شرایط کرانه‌ای ثابت $u(0, t) = 0$ و $u(\pi, t) = 0$ و شرایط اولیه‌ی سرعت صفر

$(\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0)$ و مکان $u(x, 0) = k \sin \Delta x$ کدام است؟ ($0 \leq x \leq \pi$)

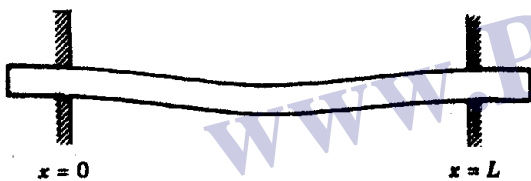
(۱) $k \cdot \sin \Delta x \cdot \cos \Delta t$

(۲) $k \cdot \sin \Delta x \cdot \sin \Delta t$

(۳) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \sin nx \cdot \cos nt$

(۴) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \sin nx \cdot \sin nt$

۴۹- در بررسی ارتعاشات عرضی تیر نشان داده شده در شکل زیر، هرگاه دو انتهای تیرگیردار باشد، شرایط کرانه‌ای کدام است؟



(۱) $u(0, t) = 0, u(L, t) = 0, \frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = 0, \frac{\partial u}{\partial x}(L, t) = 0$

(۲) $u(0, t) = 0, u(L, t) = 0, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(0, t) = 0, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(L, t) = 0$

(۳) $u(0, t) = 0, u(L, t) = 0, \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}(0, t) = 0, \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}(L, t) = 0$

(۴) $\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = 0, \frac{\partial u}{\partial x}(L, t) = 0, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(0, t) = 0, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(L, t) = 0$

۵۰- یک میله‌ی عایق پوش شده به طول L در لحظه‌ی $t = 0$ دارای دمای با توزیع $A \sin \frac{\pi x}{L}$ بر حسب سانتیگراد می‌باشد. با

توجه به معادله‌ی گرما: $\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ ، در لحظه‌ی $t = \frac{L^2}{a\pi^2}$ دمای وسط میله بر حسب سانتیگراد کدام است؟

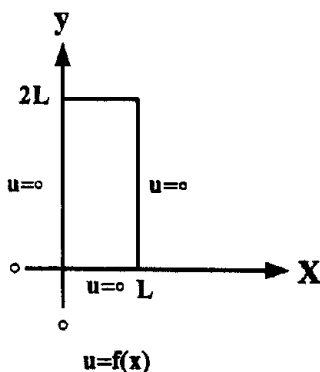
(۱) صفر

(۲) $A \cdot e$

(۳) $\frac{A \cdot 0}{e}$

(۴) $\frac{4 \cdot \sqrt{2}}{e}$

۵۱- توابع ویژه‌ی مسأله‌ی دیریگله در منطقی‌ی داخل مستطیل شکل زیر کدام است؟



(۱) $A_n \sin\left(\frac{n\pi}{L} y\right) \cdot \sinh\left(\frac{n\pi}{L} x\right)$

(۲) $A_n \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \cdot \sinh\left(\frac{n\pi}{L} y\right)$

(۳) $A_n \sin\left(\frac{n\pi}{\sqrt{L}} x\right) \cdot \sinh\left(\frac{n\pi}{\sqrt{L}} y\right)$

(۴) $A_n \sin\left(\frac{n\pi}{\sqrt{L}} y\right) \cdot \sinh\left(\frac{n\pi}{\sqrt{L}} x\right)$

۵۲- معادله‌ی گرما $(\frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2})$ در میله‌ای به طول π با شرایط کرانه‌ای عایق گرما $(\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = 0$ و $\frac{\partial u}{\partial x}(\pi, t) = 0)$

مطرح است. کدام گزینه می‌تواند جواب این معادله باشد؟

$$A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \sin(nx) \cdot \exp(-c^2 n^2 t) \quad (1)$$

$$A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \cos(nx) \cdot \exp(-c^2 n^2 t) \quad (2)$$

$$A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \sin((n - \frac{1}{2})x) \cdot \exp(-c^2 (n - \frac{1}{2})^2 t) \quad (3)$$

$$A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \cos((n - \frac{1}{2})x) \cdot \exp(-c^2 (n - \frac{1}{2})^2 t) \quad (4)$$

۵۳- لاپلاسین u در مختصات قطبی کدام است؟

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \quad (1)$$

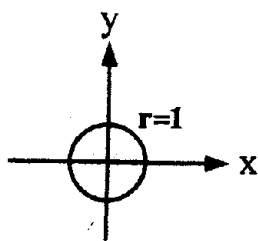
$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial u}{\partial r}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial u}{\partial r}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \quad (4)$$

۵۴- پتانسیل الکترو استاتیکی u داخل قرص واحد نشان داده شده از حل معادله‌ی لاپلاس $\nabla^2 u = 0$ با توجه به شرایط کرانه‌ای

$u(r=1, \theta) = 4 \sin^3 \theta$ کدام می‌آید. $u(r, \theta)$ کدام است؟



$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$r \sin \theta - r^3 \sin^3 \theta \quad (1)$$

$$-r \sin \theta + r^3 \sin^3 \theta \quad (2)$$

$$r \cos \theta - r^3 \cos^3 \theta \quad (3)$$

$$-r \cos \theta + r^3 \cos^3 \theta \quad (4)$$

۵۵- تبدیل لاپلاس جواب معادله‌ی $\frac{\partial w}{\partial x} + x \frac{\partial w}{\partial t} = 0$ نسبت به t تحت شرایط $w(x, 0) = 0$ و $w(0, t) = t$ کدام است؟
($t \geq 0$)

(۱) $\frac{1}{s^2} \exp(-\frac{s^2 x}{2})$

(۲) $\frac{1}{s^2} \exp(-\frac{sx^2}{2})$

(۳) $\frac{1}{s} \exp(-\frac{sx^2}{2})$

(۴) $\frac{1}{s} \exp(-\frac{s^2 x}{2})$

۵۶- در مرحله‌ای از حل مسائل گرما در حالت پایدار، در قرص $r < a$ ، در مختصات قطبی (r, θ) به کمک روش تفکیک متغیرها کدام معادله‌ی دیفرانسیل معمولی باید حل شود؟ (w فقط تابع r می‌باشد.)

(۱) معادله‌ی کوشی؛ $r^2 w'' + rw' - n^2 w = 0$

(۲) معادله‌ی کلرو؛ $w = rw' + \phi(w')$

(۳) معادله‌ی بسل مرتبه n ؛ $r^2 w'' + rw' + (k^2 r^2 - n^2)w = 0$

(۴) معادله‌ی بسل مرتبه صفر؛ $r^2 w'' + rw' + k^2 r^2 w = 0$

۵۷- یک غشای مستدیر به شعاع a در طول کرانه‌ی $r = a$ ثابت فرض شده و شرایط اولیه‌ی آن مستقل از زاویه‌ی θ می‌باشد. در مرحله‌ای از حل معادله‌ی موج دوبعدی این غشا در مختصات قطبی به کمک روش تفکیک متغیرها کدام معادله باید حل شود؟ (w فقط تابع r می‌باشد.)

(۱) $w'' + n^2 w = 0$

(۲) $w'' + \frac{1}{r} w' - \frac{n^2}{r^2} w = 0$

(۳) $w'' + \frac{1}{r} w' + k^2 w = 0$

(۴) $r^2 w'' + rw' + (k^2 r^2 - n^2)w = 0$

۵۸- تابع تحلیلی $f(z)$ را چنان بیابید که قسمت حقیقی آن $x(x-1) - y^2$ باشد. ($z = x + iy$)

(۱) $f(z) = z^2 + z + \lambda$

(۲) $f(z) = z^2 + z - \lambda i$

(۳) $f(z) = z^2 - z - \lambda$

(۴) $f(z) = z^2 - z + \lambda i$

۵۹- کدام یک از توابع زیر تحلیلی نمی‌باشد؟

(۱) $f(z) = z^\lambda$

(۲) $f(z) = z^2 - \bar{z}^2$

(۳) $f(z) = \ln |z| + i \text{Arg } z$

(۴) $f(z) = e^x (\cos y + i \sin y)$

۶۰- تمام جواب‌های معادله‌ی $\cosh z = \frac{1}{4}$ کدام است؟

(۱) $(2n \pm \frac{1}{4})\pi i ; n = 0, 1, 2, 3, \dots$

(۲) $(2n \pm \frac{2}{4})\pi i ; n = 0, 1, 2, 3, \dots$

(۳) $(2n + \frac{1}{4} \pm \frac{1}{4})\pi i ; n = 0, 1, 2, 3, \dots$

(۴) $(2n - \frac{1}{4} \pm \frac{1}{4})\pi i ; n = 0, 1, 2, 3, \dots$

۶۱- مقدار i^i کدام است؟

(۱) $\frac{\pi}{2}$

(۲) $ie^{(-\frac{\pi}{2} \pm 2n\pi)}$

(۳) $e^{(-\frac{\pi}{2} \pm 2n\pi)}$

(۴) $ie^{\frac{\pi}{2}} \cos(\ln \sqrt{2})$

۶۲- در صورتی که C دایره‌ی واحد و انتگرال‌گیری در آن در جهت عکس حرکت عقربه‌های ساعت باشد، حاصل

کدام است؟ $\oint_C \frac{\sqrt{z}-6}{z^2-2z} dz$

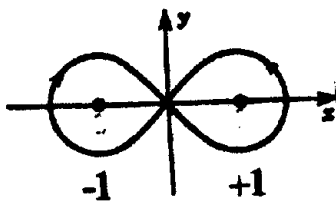
(۱) $-2\pi i$

(۲) $6\pi i$

(۳) $-14\pi i$

(۴) $14\pi i$

۶۳- حاصل انتگرال $\oint_C \frac{dz}{z^2-1}$ کدام است؟ (C در شکل زیر داده شده است.)



(۱) صفر

(۲) πi

(۳) $-2\pi i$

(۴) $2\pi i$

۶۴- سری مکلورن تابع $\frac{z+2}{1-z^2}$ کدام است؟

(۱) $2 + z + 2z^2 + z^3 + 2z^4 + \dots$

(۲) $2 - z + 2z^2 - z^3 + 2z^4 + \dots$

(۳) $2 + z + 2z^3 + z^5 + 2z^7 + \dots$

(۴) $2 - z + 2z^3 - z^5 + 2z^7 + \dots$

۶۵- تابع $z \cos \frac{1}{z}$ را به سری لورانی که به ازای $0 < |z| < R$ همگرا باشد بسط دهید و با مشخص کردن R ناحیه‌ی دقیق همگرایی را تعیین کنید.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(\gamma n + 1)!} \cdot \frac{1}{z^{\gamma n}} ; R = 1 \quad (1)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(\gamma n)!} \cdot z^{\gamma n - 1} ; R = \infty \quad (2)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(\gamma n)!} \cdot \frac{1}{z^{\gamma n - 1}} ; R = \infty \quad (3)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(\gamma n + 1)!} \cdot z^{\gamma n} ; R = 1 \quad (4)$$

www.PnuNews.com