

779E

779

E

نام :

نام خانوادگی :

محل امضاء :



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون دانش‌پذیری دوره‌های فراگیر «کارشناسی ارشد» دانشگاه پیام نور

مهندسی مکانیک (گرایش ساخت و تولید) - (کد ۱۹۵)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	شکل‌دهی فلزات	۲۰	۱	۲۰
۲	متالورژی در تولید	۲۰	۲۱	۴۰
۳	ریاضیات پیشرفته ۱	۲۵	۴۱	۶۵

آذر ماه سال ۱۳۹۱

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

۱- در یک تانسور تنش به صورت
$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$
 روابط $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ و $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ ، $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ برقرار می باشد،

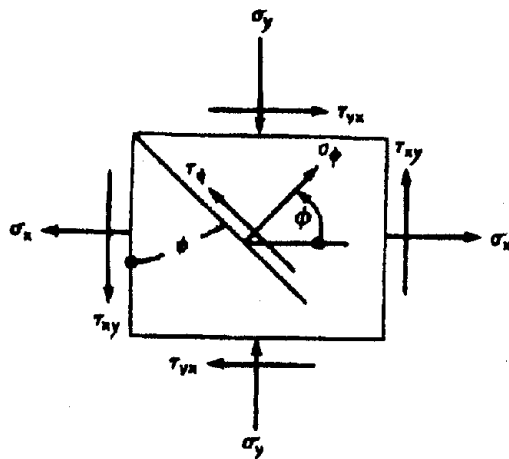
کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) گشتاور حجمی مخالف صفر است.
- (۲) تعادل چرخشی برقرار نیست و گشتاور حجمی صفر است.
- (۳) در صورتی که تعادل چرخشی برقرار باشد، گشتاور حجمی صفر است.
- (۴) در صورتی که تعادل چرخشی برقرار باشد، گشتاور حجمی مخالف صفر است.

۲- نامتغیر دوم (I_p) تانسور تنش مقارنی با مؤلفه های $\sigma_x = 70 \text{ MPa}$ ، $\sigma_y = 35 \text{ MPa}$ ، $\tau_{xy} = 21 \text{ MPa}$ و $\sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0 \text{ MPa}$ چقدر است؟

- (۱) 105 (MPa)^2
- (۲) 105 MPa
- (۳) -2009 MPa
- (۴) -2009 (MPa)^2

۳- تنش دو محوری (صفحه ای) اعمال شده به جزئی از یک جسم مطابق شکل زیر نشان داده شده است. تنش عمودی (σ_ϕ) برابر با کدام عبارت است؟



$$\frac{1}{2} \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

$$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\phi + \tau_{xy} \cos 2\phi \quad (2)$$

$$\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\phi + \tau_{xy} \sin 2\phi \quad (3)$$

$$\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{1}{2} \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

۴- مؤلفه های تنش به صورت $\sigma_x = 30 \text{ MPa}$ ، $\sigma_y = 10 \text{ MPa}$ ، $\tau_{xy} = 20 \text{ MPa}$ و بقیه برابر صفر داده شده اند. تنش اصلی حداکثر چند MPa است؟

- (۱) ۱۰
- (۲) ۲۰
- (۳) $10 + 20\sqrt{5}$
- (۴) $20 + 10\sqrt{5}$

۵- در یک حالت تنش، تنش های اصلی بر حسب مگا پاسکال از معادله $\sigma^3 - 6\sigma^2 + 11\sigma - 6 = 0$ به دست می آیند. سه تنش برشی اصلی چند مگا پاسکال می باشند؟

- (۱) (۰٫۵ ، ۰٫۵ ، ۱)
- (۲) (۰٫۵ ، ۱ ، ۱٫۵)
- (۳) (۱ ، ۱ ، ۲)
- (۴) (۱ ، ۲ ، ۳)

۶- میله‌ای به طول L به طور یکنواخت کشیده می‌شود، تا طول آن به $1/5L$ می‌رسد. کرنش‌های مهندسی و حقیقی به ترتیب حدود چند درصد می‌باشند؟

- (۱) ۲۹ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴) ۶۹

۷- تحت تأثیر یک حالت تنش صفحه‌ای ($\sigma_z = 0$) کرنش‌های اندازه‌گیری شده به صورت $e_x = 0.003$ و $e_y = 0.001$ می‌باشند. کرنش e_z چقدر است؟ ($\nu = 0.3$ و $E = 6.9 \times 10^4 \text{ MPa}$)

- (۱) صفر (۲) -0.6×10^{-3} (۳) -1.7×10^{-3} (۴) -0.9×10^{-3}

۸- در کدام گزینه معیارهای نام برده شده تسلیم چندین کریستالی‌ها را اساساً فرایندی برشی می‌دانند؟

- (۱) معیار ترسکا (۲) معیار فن میزز (۳) معیار تنش عمودی حداکثر (۴) معیار ترسکا - معیار فن میزز

۹- یک نمونه فلزی تحت تنش‌های اصلی 50 MPa ، 100 MPa و σ قرار دارد. در کدام گزینه سیلان طبق معیار فن میزز رخ نمی‌دهد؟ (تنش تسلیم یا تنش سیلان عمودی لازم برای سیلان در کشش تک محوری $50\sqrt{13}$ مگا پاسکال فرض شود.)

- (۱) 100 MPa (۲) -100 MPa (۳) 250 MPa (۴) -250 MPa

۱۰- کدام گزینه در مورد پیشگویی تسلیم توسط معیارهای سیلان صحیح است؟

- (۱) معیار انرژی تغییر شکل فن میزز نسبت به معیار ترسکا به واقعیت نزدیک‌تر است.
 (۲) معیار ترسکا نسبت به معیار انرژی تغییر شکل فن میزز به واقعیت نزدیک‌تر است.
 (۳) در تمام حالت‌های بارگذاری معیار انرژی تغییر شکل فن میزز و معیار ترسکا پیشگویی یکسانی در وقوع تسلیم دارند.
 (۴) در تمام حالت‌های بارگذاری معیار ترسکا و معیار انرژی تغییر شکل فن میزز پیشگویی متفاوتی در وقوع تسلیم دارند.

۱۱- لوله‌ی جدار نازکی که دو انتهای آن بسته شده است در معرض حداکثر تنش فشاری 20 MPa قرار دارد. متوسط قطر لوله 50 cm است. حداقل ضخامت جداره‌ی لوله براساس معیار تنش برشی حداکثر ترسکا چند mm است؟ (استحکام تسلیم کششی جنس لوله 900 MPa است.)

- (۱) $4/8$ (۲) $5/6$ (۳) $9/6$ (۴) $11/1$

۱۲- برای حالت تنش $\begin{bmatrix} 15 & 3 & 0 \\ 3 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ برحسب مگا پاسکال تنش هیدرواستاتیک و مجموع تنش‌های انحرافی اصلی به ترتیب چند مگا پاسکال می‌باشند؟

- (۱) ۱۰ و ۰ (۲) ۲۰ و ۰ (۳) ۱۰ و ۲۰ (۴) ۳۰ و ۱۰

۱۳- طبق نظریه سن ونانت

- (۱) آهنگ کرنش ثابت است.
 (۲) آهنگ کرنش متناسب با تنش انحرافی است.
 (۳) اندازه‌ی کرنش‌ها در سه جهت اصلی متناسب با تفاضل بین تنش‌های اصلی و تنش متوسط عمودی می‌باشند.
 (۴) آهنگ کرنش‌ها در سه جهت اصلی متناسب با تفاضل بین تنش‌های اصلی و تنش متوسط عمودی است.

۱۴- قبل از فرایند پرس کاری بر روی ورق فلزی دایره‌ای به قطر a چاپ شده است. پس از پایان پرس کاری، دایره به یک بیضی با قطر بزرگ b و قطر کوچک c تبدیل می‌گردد. کرنش مؤثر $\bar{\epsilon}$ در محدوده بیضی چقدر است؟

(فرض شود: $\ln(\frac{c}{a}) = 0.5$ و $\ln(\frac{b}{a}) = 0.3$)

- (۱) -0.2
 (۲) 0.2
 (۳) 0.8
 (۴) -0.8

۱۵- سه تنش اصلی $\sigma_1 = 420 \text{ MPa}$ ، $\sigma_2 = 210 \text{ MPa}$ و $\sigma_3 = 0 \text{ MPa}$ در نقطه‌ای از یک جسم اعمال می‌شود. مقدار $\frac{d\epsilon_1}{d\epsilon_3}$ چقدر است؟

- (۱) $+1$
 (۲) -1
 (۳) $+3$
 (۴) -3

۱۶- میله‌ای فلزی تحت عملیات تغییر شکل پلاستیک یکنواخت در دمای معمولی محیط قرار گرفته و سطح مقطع آن 30 درصد کاهش می‌یابد. کرنش حقیقی چقدر است؟

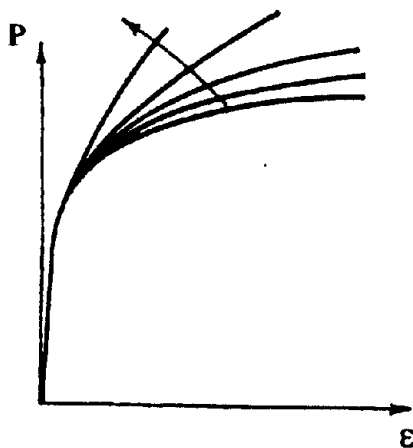
- (۱) $\ln(\frac{3}{10})$
 (۲) $\ln(\frac{10}{3})$
 (۳) $\ln(\frac{7}{10})$
 (۴) $\ln(\frac{10}{7})$

۱۷- افزایش درجه حرارت یک قطعه فلزی در طی یک فرایند تغییر شکلی که در آن انتقال حرارت به ابزار تغییر شکل و محیط اطراف وجود ندارد چند درجه سانتی‌گراد است؟

($\alpha = 0.95$ ، $\bar{\sigma} = 800 \text{ MPa}$ ، $\bar{\epsilon} = 70\%$ ، $\rho = 8000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ و $c = 475 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$)

- (۱) 80
 (۲) 45
 (۳) 140
 (۴) 155

۱۸- نیروی مورد نیاز برای فشردن یک قطعه فلزی روانکاری شده از ارتفاع h_0 تا h_1 بر حسب ϵ در حالت‌های مختلف نشان داده شده است. در جهت فلش نشان داده شده اصطکاک می‌یابد.



- (۱) افزایش
 (۲) کاهش
 (۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش
 (۴) ابتدا کاهش و سپس افزایش

۱۹- قطعه فلزی با استحکام برشی $k = 225 \text{ MPa}$ با اعمال نیروی فشار در یک عملیات کرنش صفحه‌ای 20% تغییر شکل می‌یابد. عرض قطعه 200 ، ارتفاع آن 24 و طول آن 800 میلی‌متر است. حداکثر نیروی فشار در آغاز تغییر شکل پلاستیکی حدود چند MN است؟ (ضریب متوسط اصطکاک $0/1$ فرض شود).

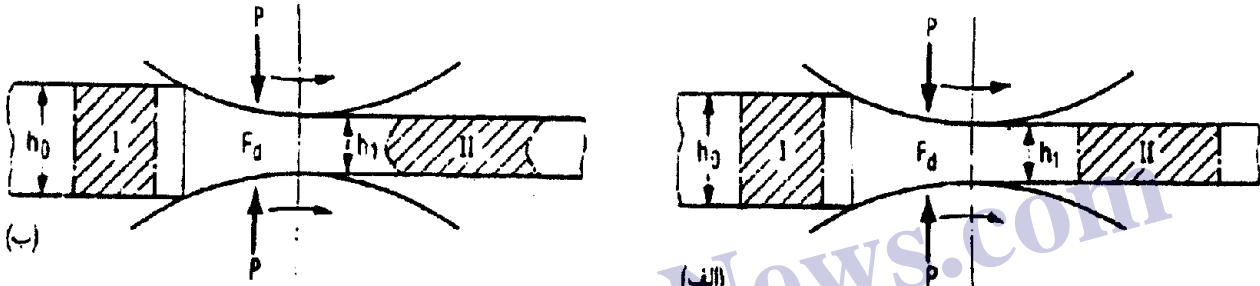
(۱) ۱۶

(۲) ۷۶

(۳) ۱۶۶

(۴) ۶۷۰

۲۰- فرایند نورد در شکل‌های (الف) و (ب) نشان داده شده است. کدام گزینه صحیح است؟



(۱) هر دو شکل (الف) و (ب) با اصطکاک می‌باشند.

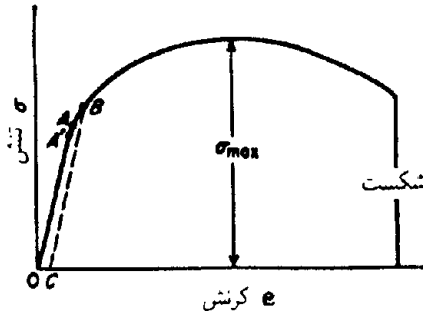
(۲) هر دو شکل (الف) و (ب) بدون اصطکاک می‌باشند.

(۳) شکل (الف) با اصطکاک و شکل (ب) بدون اصطکاک است.

(۴) شکل (الف) بدون اصطکاک و شکل (ب) با اصطکاک است.

-۲۱ در کدام شرایط قانون هوک برقرار نمی‌باشد؟

- (۱) رابطه تنش - کرنش خطی باشد.
 - (۲) رابطه نیرو با تغییر شکل خطی باشد.
 - (۳) رابطه بین تنش و کرنش غیر خطی باشد.
 - (۴) مقدار تغییر شکل کوچک بوده و نیرو از حد کشسان تجاوز نکند.
- ۲۲ نمودار نشان داده شده در شکل مقابل مربوط به چه ماده‌ای است؟



- (۱) آلومینیوم
- (۲) فولاد
- (۳) چدن
- (۴) لاستیک

-۲۳ حد تناسب نقطه‌ای در نمودار تنش - کرنش است که در آن است.

- (۱) تنش حداکثر
 - (۲) کرنش حداکثر
 - (۳) شیب منحنی برابر صفر
 - (۴) شیب منحنی برابر مدول کشسانی
- ۲۴ تغییر طول یک میله که دارای طول اولیه L_0 است برابر L_n می‌باشد. کرنش خطی میانگین و کرنش طبیعی به ترتیب برابر با کدامند؟

- (۱) $L_n/2$ و 0.2
- (۲) $L_n/2$ و 0.2
- (۳) 0.2 و $L_n/2$
- (۴) 0.2 و $L_n/1$

-۲۵ تنش برشی لازم برای جوانه‌زنی ترک مرز دانه‌ای در تغییر شکل در دمای زیاد به صورت $\tau = \sqrt{\frac{2\pi\gamma_b G}{\lambda(1-\nu)L}}$ تخمین زده شده

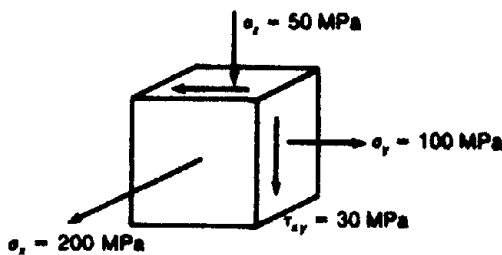
است. γ_b چیست؟

- (۱) مدول برشی
 - (۲) نسبت پواسون
 - (۳) انرژی سطحی مرز دانه
 - (۴) فاصله لغزش مرز دانه
- ۲۶ رابطه بین کرنش حقیقی، ϵ ، و کرنش خطی قراردادی، e ، کدام است؟
- (۱) $\epsilon = e$
 - (۲) $e = \epsilon + 1$
 - (۳) $e = \text{Ln}(\epsilon + 1)$
 - (۴) $\epsilon = \text{Ln}(e + 1)$

-۲۷ یک نمونه کششی به قطر اولیه 13mm و طول سنجه 4mm در 100KN به بار حداکثر می‌رسد و در 80KN می‌شکند. حداقل قطر در شکست 1mm می‌باشد. تنش شکست حقیقی و کرنش حقیقی در شکست کدامند؟

- (۱) 754MPa و $\text{Ln } 1/69$
- (۲) 1019MPa و $\text{Ln } 1/69$
- (۳) 1019MPa و $\text{Ln } 1/3$
- (۴) 754MPa و $\text{Ln } 1/3$

-۲۸ استحکام تسلیم قطعه‌ای بر حسب مگا پاسکال σ_{yield} است. اگر بارگذاری طوری باشد که در بحرانی‌ترین نقطه قطعه حالت تنشی مطابق با شکل مقابل به وجود آورده باشد، ضریب اطمینان چقدر است؟



(۱) $\frac{\sigma_{\text{yield}}}{\sqrt{50200}}$

(۲) $\frac{\sqrt{50200}}{\sigma_{\text{yield}}}$

(۳) $\frac{\sqrt{100400}}{\sigma_{\text{yield}}}$

(۴) $\frac{\sigma_{\text{yield}}}{\sqrt{100400}}$

- ۲۹- طبق معیار فون میزز تسلیم هنگامی رخ می‌دهد که به مقدار بحرانی برسد.
 (۱) انرژی واپیچش
 (۲) انرژی کل کرنش بر حجم یکه
 (۳) تنش برشی حداکثر
 (۴) تنش برشی هشت وجهی

۳۰- کرنش برشی هشت وجهی برابر با کدام است؟

$$(1) \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3}{3}$$

$$(2) \frac{2(\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3)}{3}$$

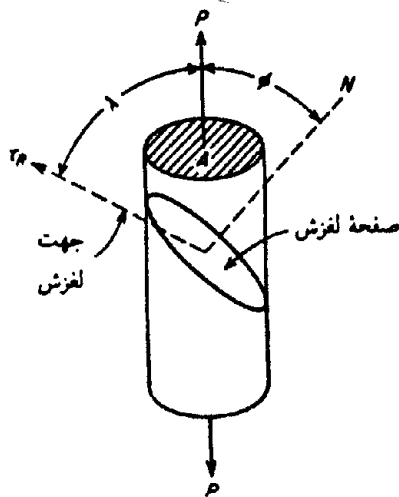
$$(3) \frac{2}{3} \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_3 - \epsilon_1)^2}$$

$$(4) \frac{1}{3} \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_3 - \epsilon_1)^2}$$

- ۳۱- در کدام گزینه تمام فلزات ذکر شده دارای سلول ساختاری مکعبی مرکز پر (bcc) می‌باشند؟
 (۱) آهن آلفا - آلومینیوم - کرم - تنگستن
 (۲) آهن آلفا - تانتالم - کرم - تنگستن
 (۳) مس - آلومینیوم - قلع - کرم
 (۴) مس - آلومینیوم - قلع - طلا

۳۲- درصد حجم اشغال شده توسط اتم‌ها در سلول ساختاری ساختار بلوری
 (۱) bcc و hcp یکسان و بیش از ساختار بلوری fcc است.
 (۲) hcp بیش از bcc و در بیش از fcc است.
 (۳) hcp بیش از fcc و در بیش از bcc است.
 (۴) hcp و fcc یکسان و بیش از ساختار بلوری bcc است.

- ۳۳- یک تک بلور استوانه‌ای مطابق شکل تحت تنش کششی قرار دارد. تنش برشی بحرانی تفکیک شده از کدام رابطه به دست می‌آید؟ (A مساحت سطح مقطع می‌باشد.)



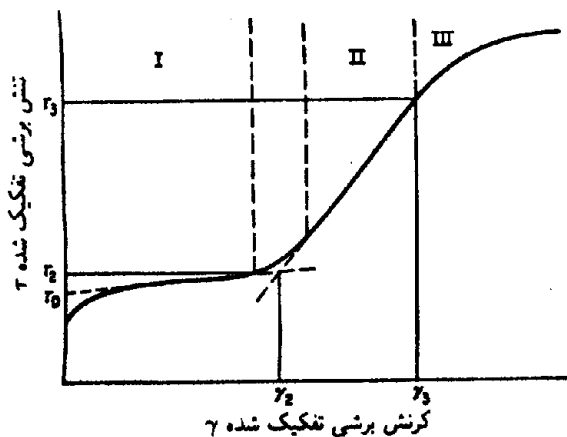
$$\tau_R = \frac{P \cos \lambda}{A \cos \phi} \quad (1)$$

$$\tau_R = \frac{P \cos \phi}{A \cos \lambda} \quad (2)$$

$$\tau_R = \frac{P}{A} \cos \phi \cos \lambda \quad (3)$$

$$\tau_R = \frac{P}{A \cos \phi \cos \lambda} \quad (4)$$

- ۳۴- فرایندهایی که بازایی دینامیکی نامیده می‌شوند در کدام ناحیه منحنی کلی جریان تک بلورهای fcc که در شکل نشان داده شده رخ می‌دهند؟



- (۱) مرحله I
 (۲) مرحله II
 (۳) مرحله III
 (۴) انتهای مرحله I و ابتدای ناحیه II

- ۳۵- بهترین فن مشاهده ساختار عیب فلزاتی که نیروی پیوندی قوی دارند استفاده از
 (۱) میکروسکوپ پرتو X می باشد.
 (۲) میکروسکوپ میدان - یونی است.
 (۳) میکروسکوپ الکترونی عبوری است.
 (۴) روش تشکیل رسوب قابل رؤیت در امتداد خطوط نابجایی می باشد.
- ۳۶- دندان، شکست تندی در خط نابجایی است و نابجایی را به اندازه صفحه لغزش حرکت می دهد.
 (۱) چند فاصله اتمی به خارج
 (۲) چند میلیون فاصله اتمی به خارج
 (۳) چند میلیون فاصله اتمی در داخل
 (۴) چند فاصله اتمی در داخل
- ۳۷- در رابطه هال - پیچ $\sigma_o = \sigma_i + kD^{-1/2}$ مقاومت کلی شبکه بلوری در برابر حرکت نابجایی توسط کدام پارامتر نشان داده شده است؟
 (۱) σ_i (۲) k
 (۳) σ_o (۴) D
- ۳۸- تنش تسلیم یک آلیاژ آلومینیوم - مس 600 MPa می باشد. فاصله بین ذرات در حدود چند nm است؟
 (۱) ۱۲ (۲) ۱۴
 (۳) ۲۱ (۴) ۲۴
 ($\tau_o = 300 \text{ MPa}$, $b = 0.25 \text{ nm}$, $G = 29 \text{ GPa}$)
- ۳۹- یک میله فولادی تحت بار محوری در حال نوسان قرار دارد. حداکثر بار $+F$ و حداقل آن $-F$ می باشد. مطابق خط مختاطانه گودمن، سطح مقطع میله برای عمر خستگی نامحدود با ضریب اطمینان $(n = 1)$ کدام است؟ ($\sigma_u = 10\sigma$, $\sigma_e = 5\sigma$)
 (۱) $0.65 \frac{F}{\sigma}$ (۲) $0.67 \frac{F}{\sigma}$
 (۳) $0.67 \frac{F}{\sigma}$ (۴) $0.25 \frac{F}{\sigma}$
- ۴۰- در مبحث خزش نابجایی الگوی آهنگ خزش حالت پایا به صورت $\dot{\epsilon}_s = \frac{16\pi^2 c_j D_v G b}{kT} \left(\frac{\sigma}{G}\right)^3$ توسط گیتوس ارائه شده است. در این رابطه D_v چیست؟
 (۱) قطر متوسط دانهها (۲) ضریب خود پخشی شبکه (۳) غلظت دندانهها (۴) ثابت بولتزمن

۴۱- با توجه به سری فوریه‌ی تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & ; -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ 0 & ; \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \end{cases}$ مجموع سری همگرای $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \dots$ برابر با کدام است؟

(۱) $\frac{\pi}{2}$

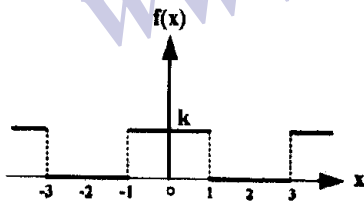
(۲) $\frac{\pi}{4}$

(۳) $\frac{\pi}{6}$

(۴) $\frac{\pi}{9}$

۴۲- سری فوریه‌ی موج مربعی دوره‌ای زیر کدام است؟ ($p = 2L = 4$)

$$f(x) = f(x+p) = \begin{cases} 0 & ; -2 < x < -1 \\ k & ; -1 < x < 1 \\ 0 & ; 1 < x < 2 \end{cases}$$



(۱) $f(x) = \frac{k}{2} + \frac{2k}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} \sin \frac{2n-1}{2} \pi x$

(۲) $f(x) = \frac{k}{2} + \frac{2k}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1} \sin \frac{2n-1}{2} \pi x$

(۳) $f(x) = \frac{k}{2} + \frac{2k}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} \cos \frac{2n-1}{2} \pi x$

(۴) $f(x) = \frac{k}{2} + \frac{2k}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1} \cos \frac{2n-1}{2} \pi x$

۴۳- تبدیل سینوسی فوریه‌ی تابع $f(x) = e^x$

(۱) برابر $\frac{\sqrt{\pi} w}{1-w^2}$ است.

(۲) برابر $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}(1+w^2)}$ است.

(۳) برابر $\frac{\sqrt{\pi}}{1+w^2}$ است.

(۴) وجود ندارد.

-۴۴ تبدیل کسینوسی فوریتهی تابع $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

(۱) برابر $\sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{-w}$ می باشد.

(۲) برابر $\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}(1+w^2)}$ می باشد.

(۳) برابر $\frac{\sqrt{\pi} e^{-w}}{\sqrt{2}(1+w^2)}$ می باشد.

(۴) وجود ندارد.

-۴۵ معادله $a^2 \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ یک معادلهی می باشد.

(۱) موج دو بعدی

(۲) موج سه بعدی

(۳) گرمای دو بعدی

(۴) گرمای سه بعدی

-۴۶ با توجه به معادلهی $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ با شرایط کرانه‌ای $u(0, t) = 0$ و $u(L, t) = 0$ ، مد نرمال سوم کدام است؟

$$G_p(t) \cdot \cos \frac{3c\pi}{L} x \quad (۱)$$

$$G_p(t) \cdot \sin \frac{3c\pi}{L} x \quad (۲)$$

$$G_p(t) \cdot \cos \frac{3\pi}{L} x \quad (۳)$$

$$G_p(t) \cdot \sin \frac{3\pi}{L} x \quad (۴)$$

-۴۷ در یک معادلهی دیفرانسیل جزئی، شکل مدهای نرمال با تغییر عوض می شود.

(۱) خطی - شرایط اولیه

(۲) خطی - شرایط کرانه‌ای

(۳) غیرخطی - شرایط اولیه

(۴) غیرخطی - شرایط کرانه‌ای

-۴۸ جواب معادلهی $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ با شرایط کرانه‌ای ثابت $u(0, t) = 0$ و $u(\pi, t) = 0$ و شرایط اولیه سرعت صفر

$(\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0)$ و مکان $(u(x, 0) = k \sin \Delta x)$ کدام است؟ $(0 \leq x \leq \pi)$

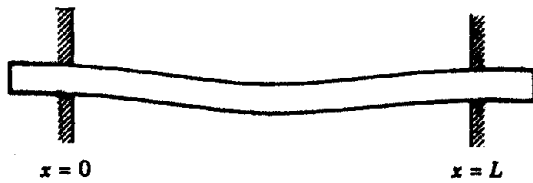
$$k \cdot \sin \Delta x \cdot \cos \Delta t \quad (۱)$$

$$k \cdot \sin \Delta x \cdot \sin \Delta t \quad (۲)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \sin nx \cdot \cos nt \quad (۳)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \sin nx \cdot \sin nt \quad (۴)$$

۴۹- در بررسی ارتعاشات عرضی تیر نشان داده شده در شکل زیر، هرگاه دو انتهای تیرگیردار باشد، شرایط کرانه‌ای کدام است؟



$$u(0, t) = 0, u(L, t) = 0, \frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = 0, \frac{\partial u}{\partial x}(L, t) = 0 \quad (1)$$

$$u(0, t) = 0, u(L, t) = 0, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(0, t) = 0, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(L, t) = 0 \quad (2)$$

$$u(0, t) = 0, u(L, t) = 0, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(0, t) = 0, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(L, t) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = 0, \frac{\partial u}{\partial x}(L, t) = 0, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(0, t) = 0, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(L, t) = 0 \quad (4)$$

۵۰- یک میله‌ی عایق پوش شده به طول L در لحظه‌ی $t = 0$ دارای دمایی با توزیع $\lambda \sin \frac{\pi x}{L}$ بر حسب سانتیگراد می‌باشد. با

توجه به معادله‌ی گرما: $\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ در لحظه‌ی $t = \frac{L^2}{a\pi^2}$ دمایی وسط میله بر حسب سانتیگراد کدام است؟

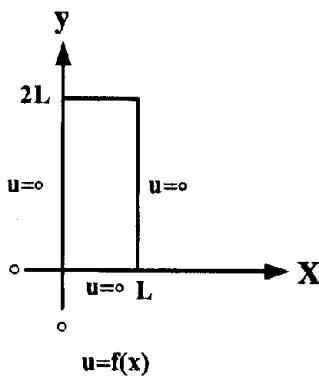
(۱) صفر

(۲) $\lambda \circ e$

(۳) $\frac{\lambda \circ}{e}$

(۴) $\frac{4 \circ \sqrt{2}}{e}$

۵۱- توابع ویژه‌ی مسأله‌ی دیریکله در منطقه‌ی داخل مستطیل شکل زیر کدام است؟



$$A_n \sin\left(\frac{n\pi}{L} y\right) \cdot \sinh\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \quad (1)$$

$$A_n \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \cdot \sinh\left(\frac{n\pi}{L} y\right) \quad (2)$$

$$A_n \sin\left(\frac{n\pi}{\sqrt{L}} x\right) \cdot \sinh\left(\frac{n\pi}{\sqrt{L}} y\right) \quad (3)$$

$$A_n \sin\left(\frac{n\pi}{\sqrt{L}} y\right) \cdot \sinh\left(\frac{n\pi}{\sqrt{L}} x\right) \quad (4)$$

۵۲- معادله‌ی گرما $(\frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2})$ در میله‌ای به طول π با شرایط کرانه‌ای عایق گرما $(\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = 0$ و $\frac{\partial u}{\partial x}(\pi, t) = 0)$ مطرح است. کدام گزینه می‌تواند جواب این معادله باشد؟

$$A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \sin(nx) \cdot \exp(-c^2 n^2 t) \quad (1)$$

$$A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \cos(nx) \cdot \exp(-c^2 n^2 t) \quad (2)$$

$$A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \sin\left(\left(n - \frac{1}{2}\right)x\right) \cdot \exp\left(-c^2 \left(n - \frac{1}{2}\right)^2 t\right) \quad (3)$$

$$A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \cos\left(\left(n - \frac{1}{2}\right)x\right) \cdot \exp\left(-c^2 \left(n - \frac{1}{2}\right)^2 t\right) \quad (4)$$

۵۳- لاپلاسین u در مختصات قطبی کدام است؟

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \quad (۱)$$

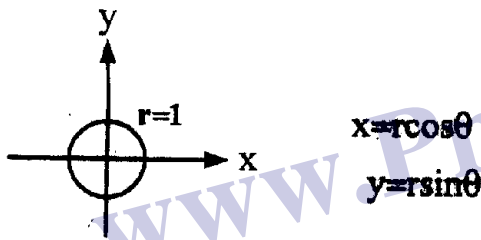
$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \quad (۲)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \quad (۴)$$

۵۴- پتانسیل الکترو استاتیکی u داخل قرص واحد نشان داده شده از حل معادله‌ی لاپلاس $\nabla^2 u = 0$ با توجه به شرایط کرانه‌ای

$$u(r=1, \theta) = f \sin^2 \theta \quad \text{به دست می‌آید. } u(r, \theta) \text{ کدام است؟}$$



$$r^2 \sin \theta - r^2 \sin^3 \theta \quad (۱)$$

$$-r \sin \theta + r^3 \sin^3 \theta \quad (۲)$$

$$r^2 \cos \theta - r^2 \cos^3 \theta \quad (۳)$$

$$-r \cos \theta + r^3 \cos^3 \theta \quad (۴)$$

۵۵- تبدیل لاپلاس جواب معادله‌ی $\frac{\partial w}{\partial x} + x \frac{\partial w}{\partial t} = 0$ نسبت به t تحت شرایط $w(x, 0) = 0$ و $w(0, t) = t$ کدام است؟

$$(t \geq 0)$$

$$\frac{1}{s^2} \exp\left(-\frac{s^2 x}{2}\right) \quad (۱)$$

$$\frac{1}{s^2} \exp\left(-\frac{s x^2}{2}\right) \quad (۲)$$

$$\frac{1}{s} \exp\left(-\frac{s x^2}{2}\right) \quad (۳)$$

$$\frac{1}{s} \exp\left(-\frac{s^2 x}{2}\right) \quad (۴)$$

۵۶- در مرحله‌ای از حل مسائل گرما در حالت پایدار، در قرص $r < a$ ، در مختصات قطبی (r, θ) به کمک روش تفکیک متغیرها

کدام معادله‌ی دیفرانسیل معمولی باید حل شود؟ (w فقط تابع r می‌باشد.)

$$(۱) \text{ معادله کوشی؛ } r^2 w'' + r w' - n^2 w = 0$$

$$(۲) \text{ معادله کلرو؛ } w = r w' + \phi(w')$$

$$(۳) \text{ معادله بسل مرتبه } n: r^2 w'' + r w' + (k^2 r^2 - n^2) w = 0$$

$$(۴) \text{ معادله بسل مرتبه صفر؛ } r^2 w'' + r w' + k^2 r^2 w = 0$$

۵۷- یک غشای مستدیر به شعاع a در طول کرانه‌ی $r = a$ ثابت فرض شده و شرایط اولیه‌ی آن مستقل از زاویه‌ی θ می‌باشد. در مرحله‌ای از حل معادله‌ی موج دوبعدی این غشا در مختصات قطبی به کمک روش تفکیک متغیرها کدام معادله باید حل شود؟ (w فقط تابع r می‌باشد.)

$$w'' + n^2 w = 0 \quad (1)$$

$$w'' + \frac{1}{r} w' - \frac{n^2}{r^2} w = 0 \quad (2)$$

$$w'' + \frac{1}{r} w' + k^2 w = 0 \quad (3)$$

$$r^2 w'' + r w' + (k^2 r^2 - n^2) w = 0 \quad (4)$$

۵۸- تابع تحلیلی $f(z)$ را چنان بیابید که قسمت حقیقی آن $x(x-1) - y^2$ باشد. ($z = x + iy$)

$$f(z) = z^2 + z + \lambda \quad (1)$$

$$f(z) = z^2 + z - \lambda i \quad (2)$$

$$f(z) = z^2 - z - \lambda \quad (3)$$

$$f(z) = z^2 - z + \lambda i \quad (4)$$

۵۹- کدام یک از توابع زیر تحلیلی نمی‌باشد؟

$$f(z) = z^{\lambda} \quad (1)$$

$$f(z) = z^2 - \bar{z}^2 \quad (2)$$

$$f(z) = \ln |z| + i \operatorname{Arg} z \quad (3)$$

$$f(z) = e^x (\cos y + i \sin y) \quad (4)$$

۶۰- تمام جواب‌های معادله‌ی $\cosh z = \frac{1}{\sqrt{3}}$ کدام است؟

$$\left(2n \pm \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \pi i ; n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

$$\left(2n \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \pi i ; n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

$$\left(2n + \frac{1}{\sqrt{3}} \pm \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \pi i ; n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

$$\left(2n - \frac{1}{\sqrt{3}} \pm \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \pi i ; n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

۶۱- مقدار i^i کدام است؟

$$\frac{\pi}{2} \quad (1)$$

$$ie^{-\frac{\pi}{2} \pm 2n\pi} \quad (2)$$

$$e^{-\frac{\pi}{2} \pm 2n\pi} \quad (3)$$

$$ie^{\frac{\pi}{2}} \cos(\ln \sqrt{2}) \quad (4)$$

۶۲- در صورتی که C دایره‌ی واحد و انتگرال‌گیری در آن در جهت عکس حرکت عقربه‌های ساعت باشد، حاصل

$$\oint_C \frac{yz-6}{z^2-2z} dz \text{ کدام است؟}$$

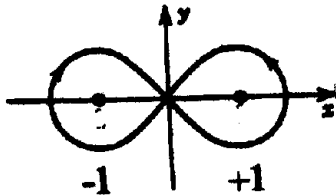
(۱) $-2\pi i$

(۲) $6\pi i$

(۳) $-14\pi i$

(۴) $14\pi i$

۶۳- حاصل انتگرال $\oint_C \frac{dz}{z^2-1}$ کدام است؟ (C در شکل زیر داده شده است.)



(۱) صفر

(۲) πi

(۳) $-2\pi i$

(۴) $2\pi i$

۶۴- سری مکلاورن تابع $\frac{z+2}{1-z^2}$ کدام است؟

(۱) $2+z+2z^2+z^3+2z^4+\dots$

(۲) $2-z+2z^2-z^3+2z^4+\dots$

(۳) $2+z+2z^3+z^5+2z^7+\dots$

(۴) $2-z+2z^3-z^5+2z^7+\dots$

۶۵- تابع $z \cos \frac{1}{z}$ را به سری لورانی که به ازای $0 < |z| < R$ همگرا باشد بسط دهید و با مشخص کردن R ناحیه‌ی دقیق

همگرایی را تعیین کنید.

(۱) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} \cdot \frac{1}{z^{2n}} ; R=1$

(۲) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} \cdot z^{2n-1} ; R=\infty$

(۳) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} \cdot \frac{1}{z^{2n-1}} ; R=\infty$

(۴) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} \cdot z^{2n} ; R=1$