



735E

735
E

نام :

نام خانوادگی:

محل امضاء :



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

آزمون دانش‌پذیری دوره‌های فراگیر «کارشناسی ارشد» دانشگاه پیام نور

**رشته‌ی ریاضی کاربردی گرایش‌های
آنالیز عددی (کد ۱۶۰) و تحقیق در عملیات (کد ۱۶۱)**

تعداد سؤال: ۶۰ مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	آنالیز حقیقی (۱)	۳۰	۱	۳۰
۲	آنالیز عددی پیشرفته	۳۰	۳۱	۶۰

آذر ماه سال ۱۳۹۱

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

- ۱) کدام گزینه نادرست است؟
- (۱) $e^{\pi i} = i$
- (۲) \exp ، تابع متناوب با دوره تناوب $2\pi i$ است.
- (۳) تحدید \exp به محور حقیقی یک تابع مثبت و صعودی است.
- (۴) نگاشت e^{it} ، محور حقیقی را به خارج دایره یک می‌نگارد.
- ۲) $f: U \rightarrow W$ ، اندازه‌پذیر است اگر به ازای هر مجموعه باز V در W مجموعه اندازه‌پذیر باشد. (U فضای اندازه‌پذیر و W توپولوژیک است.)
- (۱) U در $f^{-1}(V)$, W (۲) U در $f^{-1}(V^c)$, W (۳) U در $f(V)$, W (۴) U در $f(V^c)$, W
- ۳) اگر $f: X \rightarrow Y$ اندازه‌پذیر و $g: Y \rightarrow Z$ پیوسته باشد. X اندازه‌پذیر، Y و Z فضاهای توپولوژیک باشد. کدام یک از احکام زیر برای gof درست است؟
- (۱) پیوسته (۲) اندازه‌پذیر (۳) پیوسته است و ممکن است اندازه‌پذیر نباشد. (۴) ممکن است پیوسته و اندازه‌پذیر نباشد.
- ۴) $f: X \rightarrow [0, \infty]$ و $g: X \rightarrow [2, \infty]$ ، اندازه‌پذیر باشد و $\int_E f d\mu = \int_E g d\mu$ بر σ - جبر شامل E تعریف شده باشد.
- همواره با کدام یک از موارد زیر برابر است؟ $\int_X g d\mu$
- (۱) $\int_E f d\mu$ (۲) $\int_X f d\mu$ (۳) $\int_X g d\mu$ (۴) $\int_E g d\mu$
- ۵) اگر $f: X \rightarrow [0, \infty]$ اندازه‌پذیر و μ یک اندازه مثبت بر X و $\int_X f d\mu = a$ ($0 < a < \infty$) باشد، حاصل
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \int n \log[1 + (\frac{f}{n})^2] d\mu$ کدام است؟
- (۱) صفر (۲) a (۳) $\frac{1}{2}a$ (۴) $2a$
- ۶) برای کدام مقدار r ، مجموعه $\{x: f(x) \geq r\}$ اندازه‌پذیر باشد تا همواره بتوان نتیجه گرفت بر فضای اندازه‌پذیر X ، تابع حقیقی f ، اندازه‌پذیر است؟
- (۱) $r \neq 0$ (۲) $r > 0$ (۳) $r \geq 0$ (۴) به ازای جميع مقادیر گویای r
- ۷) $f_n: X \rightarrow [0, \infty]$ و برای هر $x \in X$ ، وقتی $n \rightarrow \infty$ ، $f_n(x) \rightarrow f(x)$ و $f_n \geq f_{n+1} \geq 0$ دنباله‌ای از توابع اندازه‌پذیر تودرتو باشد، f_1 با کدام شرط، تساوی $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_X f_n d\mu = \int_X f d\mu$ را ایجاب می‌کند؟
- (۱) محدب (۲) ناپیوسته (۳) $f_1 \in L^1(\mu)$ (۴) $f_1 \in C(X)$
- ۸) کدام یک از احکام زیر نادرست است؟
- (۱) اگر g اندازه‌پذیر باشد، نگاشت $f \rightarrow \int fg d\mu$ یک تابع خطی بر $L^1(\mu)$ است.
- (۲) مجموعه تمام توابع پیوسته بر بازه بسته $[0, 1]$ ، یک فضای برداری است.
- (۳) نگاشت $f \rightarrow \int f d\mu$ ، یک تابع خطی بر $L^1(\mu)$ است.
- (۴) $L^1(\mu)$ ، به ازای هر اندازه مثبت یک فضای برداری است.

- ۹- یک فضای هاسدورف σ -فشرده به طور موضعی فشرده و E متعلق به σ -جبر شامل تمام مجموعه‌های بورل در X و برای هر $\varepsilon > 0$ ، یک مجموعه بسته F و یک مجموعه باز G موجود باشد به طوری که $F \subset E \subset G$ و $\mu(G - F) < \varepsilon$ باشد، کدام در مورد μ درست است؟
- (۱) اندازه بورل منتظم
(۲) اندازه بورل منتظم داخلی نیست.
(۳) اندازه بورل منتظم خارجی نیست.
(۴) اندازه بورل نیست.
- ۱۰- فضای هاسدورف به طور موضعی فشرده که هر مجموعه باز در آن σ -فشرده و برای هر مجموعه فشرده K ، $\mu(K) < \infty$ است، در مورد اندازه مثبت μ کدام گزینه درست است؟
- (۱) منتظم
(۲) اندازه بورل
(۳) فقط منتظم داخلی
(۴) فقط منتظم خارجی
- ۱۱- اندازه‌ی بورل، اندازه‌ی تعریف شده بر σ -جبر تمام در است.
- (۱) تمام توابع پیوسته - فضای هاسدورف فشرده X
(۲) تمام توابع پیوسته - فضای هاسدورف به طور موضعی فشرده X
(۳) تمام مجموعه‌های بورل - فضای هاسدورف به طور موضعی فشرده X
(۴) تمام مجموعه‌های بورل - فضای به طور موضعی فشرده X
- ۱۲- کدام یک از احکام زیر درست است؟
- (۱) هر زیر مجموعه از R^k ، اندازه‌پذیر لیگ است.
(۲) هر مجموعه اندازه‌پذیر لیگ، یک مجموعه بورل است.
(۳) هر مجموعه اندازه مثبت، زیر مجموعه‌ای شمارش ناپذیر دارد.
(۴) $A \subset R$ و هر زیر مجموعه A اندازه‌پذیر لیگ باشد اندازه لیگ A ، مخالف صفر است.
- ۱۳- μ اندازه بورل منتظم بر فضای هاسدورف فشرده X و $\mu(X) = 1$ و بر مجموعه فشرده $K \subset X$ ، $\mu(K) = 1$ است. اگر H زیر مجموعه‌ی فشرده و حقیقی از K باشد. $\mu(H)$ کدام است؟
- (۱) $\mu(H) = 1$ (۲) $\mu(H) > 1$ (۳) $\mu(H) < \infty$ (۴) $\mu(H) < 1$
- ۱۴- اگر $f \in L^p((0, \infty))$ نسبت به اندازه لیگ و $F(x) = \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt$ باشد، کدام نامساوی، درست است؟
- (۱) $\|F\|_p \leq \frac{3}{4} \|f\|_p$ (۲) $\|F\|_p \leq \frac{3}{2} \|f\|_p$ (۳) $\|F\|_p \leq \frac{1}{2} \|f\|_p$ (۴) $\|F\|_p \leq \frac{5}{4} \|f\|_p$
- ۱۵- اگر $\{f_n\}$ دنباله‌ای از توابع اندازه‌پذیر و در X نقطه به نقطه همگرا و $\mu(X) < \infty$ باشد. کدام زیر مجموعه از X همواره وجود دارد که $\{f_n\}$ به طور یکنواخت بر آن همگرا است؟
- (۱) شمارش پذیر (۲) ناشمارا (۳) نامتناهی (۴) مجموعه توانی X
- ۱۶- کدام گزینه در مورد $L^p(\mu)$ ، همواره درست است؟
- (۱) به ازای $p < 1$ و هر اندازه مثبت μ ، تام است.
(۲) به ازای $p < 1$ و هر اندازه بورل، تام است.
(۳) به ازای $1 \leq p < \infty$ و هر اندازه بورل، تام است.
(۴) به ازای $1 \leq p \leq \infty$ و هر اندازه مثبت μ ، تام است.
- ۱۷- μ یک اندازه مثبت و $f, g \in L^p(\mu)$ باشد. نامساوی $\int |f - g|^p d\mu \leq \int |f|^p d\mu + \int |g|^p d\mu$ برای کدام مقدار p برقرار است؟
- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{3}{2}$

- ۱۸- اگر $\{f_n\}$ ، دنباله‌ی کشی با حد $f(x)$ در $L^p(\mu)$ باشد. همواره
 (۱) زیر دنباله‌ای دارد که به طور یکنواخت به $f(x)$ همگراست.
 (۲) زیر دنباله‌های آن به طور یکنواخت به $f(x)$ همگراست.
 (۳) زیر دنباله‌ای دارد که تقریباً همه جا نقطه به نقطه به $f(x)$ همگراست.
 (۴) زیر دنباله‌های آن تقریباً همه جا نقطه به نقطه به $f(x)$ همگراست.
- ۱۹- فضای متری H ، فضای هیلبرت است اگر
 (۱) هر دنباله در H ، کشی باشد.
 (۲) هر دنباله یکنوا در H ، کشی باشد.
 (۳) هر دنباله کشی در H ، در آن همگرا باشد.
 (۴) هر دنباله کشی در H ، زیر دنباله‌ای کراندار داشته باشد.
- ۲۰- کدام یک از موارد زیر، در مورد فضای برداری تمام توابع مختلط پیوسته بر $[0,1]$ با $(f,g) = \int_0^1 f(t)\overline{g(t)} dt$ ، درست است؟
 (۱) فضای ضرب داخلی و فضای هیلبرت است.
 (۲) فضای ضرب داخلی است ولی فضای هیلبرت نیست.
 (۳) فضای ضرب داخلی و فضای هیلبرت نیست.
 (۴) فضای ضرب داخلی نیست ولی فضای هیلبرت است.
- ۲۱- از نگاشت‌های $x \rightarrow (x,y)$ ، $x \rightarrow (y,x)$ و $x \rightarrow \|x\|$ ، به ازای هر $y \in H$ ، چند نگاشت بر فضای هیلبرت H ، توابع پیوسته می‌باشند؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۲۲- اگر $n=m$ باشد. حاصل $I = \int_{-\pi}^{\pi} e^{i(n-m)t} dt$ کدام است؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\sqrt{\pi}$ (۴) 2π
- ۲۳- کدام جدایی‌پذیر است؟
 (۱) $L^\infty(T)$ (۲) $L^1(T)$ (۳) هیلبرت (۴) مکعب هیلبرت
- ۲۴- اگر L تابع خطی پیوسته بر فضای هیلبرت H و $M = \{x : Lx = 0\}$ باشد، کدام در مورد M^\perp ، درست است؟
 (۱) یک فضای برداری با بعد یک و $M \neq H$ است.
 (۲) یک فضای برداری با بعد یک و $M = H$ است.
 (۳) یک فضای برداری با بعد نامتناهی و $M \neq H$ است.
 (۴) یک فضای برداری با بعد صفر و $M \neq H$ است.
- ۲۵- X و Y دو فضای خطی نرم‌دار و تبدیل خطی $\Lambda : X \rightarrow Y$ با نرم $\|\Lambda\| = \sup\{\|\Lambda x\| : \|x\| < 1, x \in X\}$ باشد. کدام یک از موارد زیر، دیگر موارد را ایجاب نمی‌کند؟
 (۱) Λ یکنواست.
 (۲) Λ کراندار است.
 (۳) Λ پیوسته است.
 (۴) Λ در یک نقطه از X پیوسته است.
- ۲۶- اگر f تابعی بر زیر فضایی از فضای خطی نرم‌دار X و f را به یک تابع خطی کراندار مانند F بر X چنان توسعه داده‌ایم که $\|F\| = \|f\|$ باشد، تابع f کدام است؟
 (۱) پیوسته (۲) کراندار (۳) خطی کراندار (۴) پیوسته یکنواخت
- ۲۷- اگر V یک فضای خطی نرم‌دار مختلط و $f(x) = u(x) - iu(ix)$ و u قسمت حقیقی تابع خطی - مختلط f بر V باشد، کدام یک از موارد زیر درست است؟
 (۱) $\|f\| = \|u\| + \|x\|$ (۲) $\|f\| = \|u\|$ (۳) $\|f\| = \|u\| + i\|x\|$ (۴) $\|f\| = \|u\| - i\|x\|$
- ۲۸- تابع خطی کراندار f بر زیر فضای M از فضای هیلبرت H و تابع خطی کراندار F ، توسعه نرم نگهدار f بر H است. کدام یک در مورد F بر M^\perp درست است؟
 (۱) H (۲) M^* (۳) مخالف صفر (۴) صفر

۲۹- اگر $f, g \in L^2(\mu)$ ، $\|f\|_2 = \|g\|_2 = 1$ ، $h = \frac{f+g}{2}$ باشد. کدام در مورد $L^2(\mu)$ و $\|h\|_2$ درست است؟

(۱) اکیداً محدب و $\|h\|_2 < 1$

(۲) اکیداً محدب و $\|h\|_2 > 1$

(۳) محدب، $\|h\|_2 > 1$

(۴) محدب نیست، $\|h\|_2 < 1$

۳۰- M مجموعه‌ی تمام $f \in L^1([0,1])$ نسبت به اندازه لیگ و $\int_0^1 f(t)dt = 1$ است، کدام در مورد M درست است؟

(۱) باز و محدب (۲) بسته و محدب (۳) باز ولی محدب نیست. (۴) بسته ولی محدب نیست.

www.PnuNews.com

۳۱- عدد گویای مساوی عدد $(\frac{0}{7}, \frac{0}{21})_{\Delta}$ در مبنای ۱۰ کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{120}$
 (۲) $\frac{31}{120}$
 (۳) $\frac{131}{120}$
 (۴) $\frac{113}{120}$

۳۲- عدد گویای مساوی عدد $(\frac{10}{7}, \frac{01101}{10})_{\Delta}$ در مبنای ۱۰ کدام است؟

- (۱) $\frac{15}{7}$
 (۲) $\frac{16}{7}$
 (۳) $\frac{17}{7}$
 (۴) $\frac{18}{7}$

۳۳- اگر $0 < a < b < c$ کدام یک از اعداد زیر تقریب بهتری برای $a + b + c$ است؟ (منظور از $f_l(a)$ گرد شده a در حساب رقمی است.)

- (۱) $f_l(f_l(b+c)+a)$
 (۲) $f_l(f_l(a+b)+c)$
 (۳) $f_l(b+f_l(a+c))$
 (۴) $f_l(f_l(a+\frac{b}{4})+f_l(c+\frac{b}{4}))$

۳۴- مسئله محاسبه z به ازای مقادیر مختلف x و y در کدام حالت خوش وضع است؟ $z = \phi(x, y) = \sqrt{y + x^2} - x$

- (۱) $x > 0$
 (۲) $y > 0$
 (۳) $xy > 0$
 (۴) $xy < 0$

۳۵- تقریبی از $\sqrt{5}$ مانند a داده شده است. برای محاسبه عدد $(\sqrt{5} - 2)^4$ کدام یک از مقادیر را حساب می‌کنید؟

- (۱) $(a-2)^4$
 (۲) $161 - 72a$
 (۳) $\frac{1}{(2+a)^4}$
 (۴) $\frac{1}{161 + 72a}$

۳۶- اگر $L_i(x)$ ، $i = 0, 1, \dots, n$ ، چند جمله‌ای‌های لاگرانژ باشند، $L_4(x)$ برای تابع جدولی زیر کدام است؟

x_i	-1	0	1	2
f_i	1/5	2	2	5/5

- (۱) $\frac{3x + 2x^2 - x^3}{4}$
 (۲) $\frac{3x - 2x^2 + x^3}{4}$
 (۳) $\frac{x^3 + 2x^2 - 3x}{4}$
 (۴) $\frac{x^3 - 2x^2 - 3x}{4}$

۳۷- درجه چند جمله‌ای درونیاب تابع جدولی زیر کدام است؟

x_i	-2	-1	0	1	2	3
f_i	-9/5	-2	-1/5	1	14/5	48

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

- ۳۸- در چه صورت برای تقریب زدن تابع f از درونیابی کسری استفاده می‌کنید؟
 (۱) f پیوسته باشد.
 (۲) f کراندار نباشد.
 (۳) f مشتق پذیر باشد.
 (۴) f با تغییر کراندار باشد.
- ۳۹- علت استفاده از اسپلاین مکعبی آن است.
 (۱) هموار بودن
 (۲) سادگی تعیین
 (۳) مینیمم بودن انحنای تابع خطای
 (۴) داشتن دو درجه آزادی برای تعیین
- ۴۰- برای تعیین اسپلاین مکعبی درونیاب f بایستی یک دستگاه معادله حل کنیم. ماتریس ضرایب این دستگاه به چه شکلی است؟
 (۱) سه قطری
 (۲) نواری
 (۳) سه قطری و متقارن
 (۴) سه قطری و متقارن
- ۴۱- مشکل عمده درونیابی به وسیله چند جمله‌ای‌ها چیست؟
 (۱) دقیق نبودن
 (۲) عملیات زیاد
 (۳) نوسانی بودن مقادیر آن
 (۴) با افزایش نقاط درونیاب، خطای مطلق چند جمله‌ای درونیاب لزوماً کوچک نمی‌شود.
- ۴۲- ثابت می‌شود که اگر S_{Δ} درونیاب اسپلاین f متناظر با افراز $\Delta = \{a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b\}$ باشد و

$$\max_{0 \leq i < n-1} (x_{i+1} - x_i) = \|\Delta\|$$
 آن‌گاه C_k مثبت وجود دارد به قسمی که $\|f(x) - S_{\Delta}^{(k)}(x)\| \leq C_k \|\Delta\|^{k-1}$ برای هر x از $[a, b]$. بزرگترین مقدار k که در این نامساوی صدق می‌کند کدام است؟
 (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴
- ۴۳- اگر فرض کنیم x_0, \dots, x_n نقاط متمایز باشند. مسئله درون‌یابی ممکن است جواب نداشته باشد.
 (۱) کسری
 (۲) چند جمله‌ای
 (۳) هرمیتی
 (۴) به وسیله اسپلاین‌های درجه اول
- ۴۴- برای تابع جدولی زیر مقدار $\Phi(x_0, x_1, x_2)$ کدام است؟ (منظور از Φ عملگر تفاضلات وارون (inverse) است.)
 (۱) ۰
 (۲) -۱
 (۳) ۱
 (۴) $\frac{1}{2}$
- | i | x_i | f_i |
|-----|-------|----------------|
| ۰ | ۱ | -۱ |
| ۱ | ۲ | $-\frac{1}{2}$ |
| ۲ | ۳ | ۰ |
- ۴۵- ویژگی‌های مهم فرمول‌های انتگرال‌گیری عددی (Quadrature) چیست؟
 (۱) استفاده از مقادیر تابع زیرانتگرال
 (۲) عدم نیاز به تابع اولیه تابع زیرانتگرال
 (۳) انتگرال‌گیری از چندجمله‌ای درونیاب تابع زیرانتگرال
 (۴) فقط استفاده از مقادیر و مشتقات تابع زیرانتگرال
- ۴۶- فرمول انتگرال‌گیری کدام قاعده از چند جمله‌ای درونیاب حاصل نمی‌شود؟
 (۱) مستطیلی
 (۲) سیمسون
 (۳) دوزنقه‌ای
 (۴) گاوس

۴۷- در قاعده انتگرال گیری گاوس - لژاندر با فرمول $\int_{-1}^1 f(x)dx \approx \sum_{i=1}^n w_i f(x_i)$ و $\sum_{i=1}^n x_i$ ، $\sum_{i=1}^n w_i$ به ترتیب کدامند؟

(۱) ۲ و ۰

(۲) 2π و π

(۳) $\frac{\pi}{n}$ و ۰

(۴) $\frac{\pi}{n}$ و π

۴۸- درجه دقت یک قاعده انتگرال گیری گاوس باز n نقطه‌ای چند واحد از درجه دقت یک قاعده انتگرال گیری گاوس بسته n نقطه‌ای بیشتر است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۴۹- نقاط قاعده انتگرال گیری گاوس - چبیشف بسته ، $n+1$ نقطه‌ای کدامند؟

(۱) $\cos \frac{k\pi}{n+1}$, $k = 1, 2, \dots, n+1$

(۲) $\sin \frac{(2k+1)\pi}{2n+2}$, $k = 0, 1, 2, \dots, n$

(۳) $\sin \frac{2k\pi}{2n+2}$, $k = 0, 1, 2, \dots, n$

(۴) $\cos \frac{k\pi}{n}$, $k = 0, 1, 2, \dots, n$

۵۰- قواعد انتگرال گیری گاوس - لژاندر و گاوس - چبیشف برای کدام توابع دقیق‌اند؟

(۱) توابع فرد

(۲) توابع زوج

(۳) چند جمله‌ای‌های فرد

(۴) چند جمله‌ای‌های زوج

۵۱- روش نیوتن - رفسن (Raphson) برای تعیین تقریبی از یک ریشه معادله $f(x) = 0$ که $X = (x_1, \dots, x_n)^T$ در چه صورت قابل پیاده‌سازی است؟

(۱) f مشتق پذیر باشد.

(۲) ژاکوبین f وجود داشته باشد.

(۳) ژاکوبین f در نقاط x_i قابل محاسبه باشد.

(۴) ژاکوبین f در نقاط x_i نامنفرد باشند.

۵۲- اگر $x_0 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $f(x) = \begin{bmatrix} x_1^2 - 2x_1 + x_2^2 \\ x_1x_2 + x_2^3 \end{bmatrix}$ ماتریس $Df(x_0)$ (ژاکوبین f در x_0) کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} -4 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

(۴) $\begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

۵۳- در چه صورت $\int_a^b f(x)dx$ منفرد (singular) نیست؟

(۱) f کراندار نیست.

(۲) a یا b نامتناهی است.

(۳) f دارای مشتقات مراتب پایین کراندار نیست.

(۴) f بر $[a, b]$ دارای مشتقات پیوسته است و $a, b \in \mathbb{R}$.

۵۴- اگر $T_i(x)$ چند جمله‌ای چبیشف درجه i باشد، $T_i'(x)$ مشتق آن و $i \neq j$ ، $\int_{-1}^1 w(x)T_i'(x)T_j'(x)dx = 0$ تابع وزن

$w(x)$ کدام است؟

(۱) $1-x^2$

(۲) $\sqrt{1-x^2}$

(۳) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(۴) $\frac{1}{1-x^2}$

۵۵- تابع وزن و بازه تعامد چند جمله‌ای‌های لاگور (Lagurre) کدامند؟

(۱) $(0, \infty), e^{-x^2}$ (۲) $(-\infty, \infty), e^{-x}$

(۳) $[0, \infty), e^{-x}$ (۴) $(-\infty, \infty), e^{-x^2}$

۵۶- فرض کنید $p(x)$ یک چند جمله‌ای درجه n با ضرایب حقیقی باشد و $p(x) = p_0(x), p_1(x), \dots, p_n(x)$ یک دنباله ستورم (Sturm) باشد، اگر $w(x)$ تعداد تغییر علامت در دنباله $p_0(x), p_1(x), \dots, p_n(x)$ باشد، $w(b) - w(a)$ تعداد ریشه‌های حقیقی است.

(۱) $p(x) = 0$ در $[a, b)$ (۲) $p(x) = 0$ در (a, b)

(۳) $p(x) = 0$ در $[a, b]$ (۴) $p(x) = 0$ در $[a, b]$

۵۷- مرتبه همگرایی روش نیوتن - رفسن برای تعیین تقریبی از ریشه معادله $F(x) = 0$ کدام است؟
 (۱) یک (۲) دو

(۳) دو اگر ریشه ساده باشد. (۴) حداقل دو اگر ریشه ساده باشد.

۵۸- فرض کنید روش تکراری $x_{i+1} = \varphi(x_i)$ برای تعیین تقریبی از معادله $x = \varphi(x)$ به کار رفته است اگر دنباله $\{x_i\}_{i=0}^{\infty}$

همگرا به ξ باشد و $\varphi^{(p)}(\xi) \neq 0$ ، در چه صورت داریم:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{x_{i+1} - \xi}{(x_i - \xi)^p} = \frac{\varphi^{(p)}(\xi)}{p!}$$

(۱) φ دارای مشتق از مرتبه p باشد.

(۲) φ دارای مشتق از مرتبه $(p+1)$ باشد.

(۳) φ دارای مشتق از مرتبه p پیوسته باشد.

(۴) باقیمانده بسط تیلر (Taylor) $\varphi(x_i)$ تا مرتبه p برابر $O(\|x_i - \xi\|^{p+1})$ باشد.

۵۹- فرض کنید $p(x) = 0$ یک معادله چند جمله‌ای باشد و ضرایب $P(x)$ حقیقی باشند، در صورتی که $n \geq 2$ و $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_n$ ریشه‌های معادله $p(x) = 0$ باشند در چه صورت دنباله حاصل از روش نیوتن اکیداً نزولی و همگراست؟

(۱) $x_0 > \alpha_1$ (۲) $x_0 < \alpha_1$

(۳) $x_0 > \alpha_n$ (۴) $x_0 < \alpha_n$

۶۰- فرض کنید J (سه قطری است) کدام گزینه نادرست است؟

$$J = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & & & \\ \beta_1 & \alpha_2 & \beta_2 & & \\ & \beta_2 & \alpha_3 & \beta_3 & \\ & & \beta_3 & \alpha_4 & \beta_4 \\ & & & \beta_4 & \alpha_5 \end{bmatrix}$$

(۱) صفرهای چند جمله‌ای مشخصه J حقیقی هستند.

(۲) مجموع صفرهای چندجمله‌ای مشخصه J برابر است با $\sum_{i=1}^{20} \alpha_i$.

(۳) اگر چند جمله‌ای مشخصه J دارای صفرهای ۱ تا ۲۰ باشد اندک تغییر در اعداد α_i و β_i تغییرات جزئی در صفرها ایجاد می‌کند.

(۴) اگر $p_0(x) = 1$ و $p_1(x)$ دترمینان زیر ماتریس پیشرو مرتبه i از J باشد آن‌گاه $p_0(x), \dots, p_{20}(x)$ یک دنباله ستورم است.