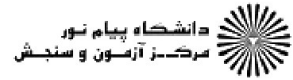


۱۳۹۶/۱۰/۲۳  
 ۱۴:۰۰

کارشناسی و کارشناسی ناپیوسته



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰  
 سری سوال: یک ۱

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۳۸، آمار ۱۱۱۱۰۸۷، آمار، آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶

۱- کدام گزینه درست است؟

۱. اگر عدد  $p$  اول باشد  $\sqrt{p}$  گویاست.  
 ۲. مجموعه اعداد اصم در اعداد حقیقی چگال است.  
 ۳. اعداد اصم شمارش پذیر است.  
 ۴. ایفیموم مجموعه  $\{p \mid p \in \mathbb{Q}, p > 0, p^2 < 2\}$  یک عدد گویاست.

۲- کدام یک از گزاره های زیر به مفهوم خاصیت ارشمیدسی اعداد حقیقی است؟

۱.  $\forall x, y \in \mathbb{R} (x > 0 \rightarrow \exists n \in \mathbb{N} (nx > y))$   
 ۲.  $\forall x, y \in \mathbb{R} (x > 0 \rightarrow \forall n \in \mathbb{N} (nx > y))$   
 ۳.  $\exists x, y \in \mathbb{R} (x > 0 \wedge \forall n \in \mathbb{N} (nx > y))$   
 ۴.  $\forall x, y \in \mathbb{R} (x > 0 \wedge \exists n \in \mathbb{N} (nx \leq y))$

۳- فرض کنید  $A$  و  $B$  دوزیرمجموعه غیر تهی و کراندار  $\mathbb{R}$  باشند. در این صورت کدام یک از گزاره های زیر درست است؟

۱.  $\inf(A+B) < \inf A + \inf B$   
 ۲.  $\inf(A+B) \geq \inf A + \inf B$   
 ۳.  $\inf(A+B) = \inf A + \inf B$   
 ۴.  $\inf(A+B) \leq \inf A + \inf B$

۴- اگر  $\{a_n\}$  دنباله ای دلخواه از اعداد حقیقی مثبت باشد آنگاه

۱.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n+1}}$   
 ۲.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$   
 ۳.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{a_n} \geq \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$   
 ۴.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{a_n} \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$

۵- مقدار سری  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$  کدام گزینه است؟

۱. سری واگراست.  
 ۲.  $\frac{\pi^2}{6}$   
 ۳.  $e$   
 ۴.  $e^2$

۶- آنگاه مقدار  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$  کدام گزینه است؟  
 $a_n = \begin{cases} \frac{1}{2^n}, & n = 2k \\ \frac{1}{3^n}, & n = 2k + 1 \end{cases}$

۱.  $+\infty$   
 ۲.  $0$   
 ۳.  $\frac{1}{2}$   
 ۴.  $\frac{1}{3}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰  
 سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۳۸، آمار ۱۱۱۱۰۸۷، آمار، آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶

۷- در فضای متریک گسسته اعداد طبیعی گوی باز به مرکز  $x$  و به شعاع 1 برابر است با

۱. تهی  $\{x\}$  .۲  
 ۲.  $\{x-1, x, x+1\}$  .۳  
 ۳. کل فضای اعداد طبیعی  $\{x\}$  .۴

۸- در کدام یک از فضاهای متری زیر هر زیرمجموعه آن بسته است؟

۱. اعداد حقیقی .۲ اعداد گویا .۳ فضاهای فشرده .۴ اعداد طبیعی

۹- اگر هر خانواده از زیرمجموعه‌های بسته فضای متری  $M$  دارای خاصیت اشتراک متناهی باشد آنگاه آن فضا

۱. همبند است. .۲ فشرده است. .۳ ناگسسته است. .۴ کامل است.

۱۰- اگر مجموعه  $B$  در یک فضای متریک کامل مانند  $M$ ، هیچ‌جا چگال باشد آنگاه

۱.  $(\overline{B})^\circ = M$  .۲  $(\overline{B})^\circ = B$  .۳  $(\overline{B})^\circ = \emptyset$  .۴  $(\overline{B})^\circ = B^\circ$

۱۱- کدام گزینه به عنوان زیرفضای اعداد حقیقی کامل نیست؟

۱.  $[0, 1]$  .۲ اعداد طبیعی .۳ اعداد صحیح .۴ اعداد گویا

۱۲- مجموعه  $[0, 1]$  در اعداد حقیقی کدام یک از خواص زیر را دارد؟

۱. همبندی .۲ فشرده‌گی .۳ کامل بودن .۴ بسته بودن

۱۳- گزاره زیر مشهور به کدام یک از قضایای زیر است؟

"اگر  $\{F_1, F_2, \dots\}$  خانواده‌ای از مجموعه‌های بسته ناتهی باشد به طوری که همواره  $F_{n+1} \subseteq F_n$  و  $F_1$  کراندار باشد آنگاه  $\bigcap_{n=1}^{\infty} F_n \neq \emptyset$ "

۱. آرزولا-آسکولی .۲ اشتراک متناهی .۳ اشتراک کانتور .۴ اشتراک ناتهی

۱۴- کدامیک از گزاره‌های زیر درست است؟

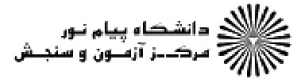
۱.  $(E^\circ)^\circ = \overline{(E^\circ)}$  .۲  $E^\circ = \overline{E^\circ}$  .۳  $E^\circ = (\overline{E})^\circ$  .۴  $\overline{E} = E^\circ$

۱۵- اگر تابع حقیقی  $f$  بر فضای فشرده  $X$  پیوسته و  $1-1$  باشد، آنگاه کدام گزینه ممکن است برقرار نباشد؟

۱.  $f(X)$  فشرده است. .۲  $\sup_{x \in X} f(x) = \max_{x \in X} f(x)$  .۳  $f$  پیوسته یکنواخت است. .۴  $f^{-1}$  پیوسته یکنواخت است.

۱۳۹۶/۱۰/۲۳  
 ۱۴:۰۰

کارشناسی و کارشناسی ناپیوسته



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰  
 سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۳۸، آمار ۱۱۱۱۰۸۷، آمار، آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶

۱۶- اگر تابع  $f: [a, b] \rightarrow [a, b]$  پیوسته باشد آنگاه

۱.  $f$  در بازه  $[a, b]$  حداقل یک ریشه دارد.
۲.  $f$  در بازه  $[a, b]$  دارای نقطه ثابت است.
۳.  $f$  یک نگاشت همسانریخت است.
۴.  $a = \inf_{x \in [a, b]} f(x)$

۱۷- اگر تابع ناپیوسته  $f$  بر  $(a, b)$  یکنوا باشد آنگاه

۱. ناپیوستگی از نوع دوم دارد.
۲. کراندار است.
۳. مجموعه نقاط ناپیوستگی آن متناهی یا شمارا است.
۴. ناپیوستگی در نقطه  $c \in (a, b)$  از نوع  $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) \neq f(c)$  می باشد.

۱۸- اگر تابع برداری  $f$  بر بازه  $[a, b]$  پیوسته و بر بازه  $(a, b)$  مشتقپذیر باشد آنگاه عددی مانند  $c \in (a, b)$  وجود دارد به طوری که

$$f'(c) = 0 \quad f'(c) = 0 \quad f'(c) = 0 \quad \|f'(c)\| \geq \frac{\|f(b) - f(a)\|}{b-a}$$

۱۹- اگر تابع  $f: (a, b) \rightarrow R$  در نقطه  $x$  مشتقپذیر باشد آنگاه  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{h}$  برابر است با

$$f'(x) \quad 2f'(x) \quad \frac{1}{2}f'(x) \quad -f'(x)$$

۲۰- اگر تابع  $f: (a, b) \rightarrow R$  تعریف شده و  $c \in (a, b)$  و عدد مثبتی مانند  $M$  موجود باشد بطوریکه برای هر  $x \in (a, b)$

$$|f(x) - f(c)| \leq M|x - c|^\alpha$$

۱. اگر  $\alpha > 1$ ، آنگاه تابع  $f$  در  $c$  مشتقپذیر است.
۲. اگر  $\alpha = 1$ ، آنگاه تابع  $f$  در  $c$  مشتقپذیر است.
۳. برای  $\alpha = 0$  تابع  $f$  در  $c$  پیوسته است.
۴. برای  $\alpha = 0$  تابع  $f$  در  $c$  ثابت است.

### سوالات تشریحی

۱- اگر  $A$  و  $B$  دو زیرمجموعه کراندار از اعداد نامنفی و  $AB = \{ab \mid a \in A, b \in B\}$  باشند ثابت کنید  
 $\sup A \cdot \sup B = \sup AB$

۲- ثابت کنید اگر  $\{a_n\}$  از بالا کراندار و  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  موجود باشد، آنگاه  
 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$

۱۳۹۶/۱۰/۲۳

۱۴:۰۰

کارشناسی و کارشناسی ناپیوسته



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی I، آنالیز ریاضی 1

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۳۸، آمار ۱۱۱۱۰۸۷، آمار، آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶

نمره ۱.۲۰

۳- ثابت کنید هر زیر مجموعه بسته و کراندار  $R^k$  فشرده است.

نمره ۱.۲۰

۴- ثابت کنید اگر  $(X, d_X)$  و  $(Y, d_Y)$  دو فضای متریک بوده و تابع  $f: X \rightarrow Y$  در مجموعه فشرده  $F \subseteq X$  پیوسته باشد آنگاه  $f$  بر  $F$  پیوسته یکنواخت است.

نمره ۱.۲۰

۵- ثابت کنید اگر  $f$  در نقطه  $c \in (a, b)$  دارای ماکسیمم یا مینیمم موضعی و  $f'(c) = 0$  باشد آن گاه  $f'(c) = 0$

www.PnuNews.com