

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: روشهای چند متغیره پیوسته ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۷۰

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- اگر افزارهای ماتریس  $\sum$  به صورت زیر می باشد. به ترتیب تعداد سطرها و ستونهای ماتریسها A و B برای محاسبه عبارت  $Cov(Ax_1, Bx_2)$  چیست؟

$$\sum_{12} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \sum_{11} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \sum_{22} = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$$

۳ و ۲ . ۴

۵ و ۳ . ۳

۲ و ۵ . ۲

۲ و ۳ . ۱

۲- اگر  $E(X) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$  و  $\sum = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$  آنگاه مقدار  $E(X'X)$  برابر کدام گزینه است؟

۱۳ . ۴

۱۵ . ۳

۱۰ . ۲

۳ . ۱

۳- بر اساس نمونه‌ای تصادفی به اندازه ده از بردار تصادفی  $X = (x_1, x_2)'$  به دست آمده است. اگر  $\mu = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$  و

$$V = \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})' = \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})' \text{ مقدار } V \text{ آنگاه مقدار } \sum_{i=1}^{10} (x_i - \mu)(x_i - \mu)' \text{ برابر کدام گزینه است؟}$$

$$\begin{bmatrix} 19 & 26 \\ 22 & 40 \end{bmatrix} \cdot ۴$$

$$\begin{bmatrix} 91 & 26 \\ 26 & 44 \end{bmatrix} \cdot ۳$$

$$\begin{bmatrix} 44 & 91 \\ 62 & 62 \end{bmatrix} \cdot ۲$$

$$\begin{bmatrix} 91 & -58 \\ -58 & 44 \end{bmatrix} \cdot ۱$$

۴- فرض کنید بردار تصادفی با توزیع نرمال P متغیره که ماتریس کوواریانس آن  $\sum$  است. ماتریس  $A_{2 \times 2}$  دارای دو سطر می باشد  $AX$  دارای دو مولفه مستقل است اگر و تنها اگر:

۲. مولفه‌های X از هم مستقل است.

۱. A دارای دو سطر مستقل خطی است.

۴.  $A \sum A'$  یک ماتریس قطری است.

۳. کوواریانس بین سطرهای A صفر می شود.

۵- اگر  $\sum = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 6 \end{bmatrix}$  باشد آنگاه توزیع  $\frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3)$  چیست؟

$$N\left(1, \frac{2}{3}\right) \cdot ۴$$

$$N_3\left(\frac{1}{3}\mu, \frac{1}{9}\sum\right) \cdot ۳$$

$$N(1, 2) \cdot ۲$$

$$N_3\left(\mu, \frac{1}{3}\sum\right) \cdot ۱$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: روشهای چند متغیره پیوسته ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۷۰

۶- اگر  $\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \sim N_2 \left( \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \right)$  باشد، آنگاه کدام گزینه توزیع  $X_1 - X_2$  است؟

۱.  $N(0, 2)$       ۲.  $N(0, 1)$       ۳.  $N(1, 1)$       ۴.  $N(1, 2)$

۷- فرض کنید  $X \sim N_p(\mu, \Sigma)$ ، کدام گزینه درست است؟

۱.  $E(XX') = \Sigma + \mu\mu'$       ۲.  $E(XX') = \Sigma$   
۳.  $E(X'AX) = \text{tr} \Sigma A$       ۴.  $E(X'AX) = \Sigma$

۸- اگر  $X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \sim N_2 \left( \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 16 \end{bmatrix} \right)$  باشد، آنگاه مقدار  $E(X_1 | X_2 = 4)$  برابر کدام گزینه است؟

۱.  $\frac{9}{8}$       ۲.  $\frac{8}{9}$       ۳.  $\frac{7}{8}$       ۴. ۸

۹- تحت چه شرایطی عبارت درجه دوم  $X'AX$  دارای توزیع کای اسکور است؟

۱. A متقارن باشد.      ۲. A خودتوان باشد.  
۳. X دارای توزیع نرمال باشد.      ۴. هر 3 مورد

۱۰- اگر  $\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} \sim N_3 \left( \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \sigma^2 I_3 \right)$  آنگاه توزیع  $\frac{X_1^2 + X_2^2 + X_3^2}{\sigma^2}$  کدام گزینه است؟

۱.  $\chi^2(3)$

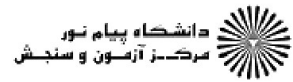
۲.  $\chi^2(1)$

۳. کای اسکور نامرکزی با سه درجه آزادی و نامرکزیت  $14\sigma^2$

۴. کای اسکور نامرکزی با یک درجه آزادی و نامرکزیت  $6\sigma^2$

۱۳۹۶/۱۰/۰۶  
 ۰۸:۳۰

کارشناسی



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: روشهای چند متغیره پیوسته ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۷۰

۱۱- اگر  $\Sigma = \sigma^2 [(1-\rho)I_3 + \rho LL']$  و ماتریس کوواریانس نمونه‌ای  $S = \begin{bmatrix} 7/82 & 7/93 & 7/98 \\ 7/93 & 9/38 & 8/87 \\ 7/98 & 8/87 & 9/79 \end{bmatrix}$  باشند، آنگاه برآورد

درست‌نمایی ماکسیمم  $(\sigma^2, \rho)$  کدام گزینه است؟

۱.  $\hat{\rho} = 0.188, \hat{\sigma}^2 = 9$   
 ۲.  $\hat{\rho} = 0.1918, \hat{\sigma}^2 = 9$   
 ۳.  $\hat{\rho} = 0.12, \hat{\sigma}^2 = 9$   
 ۴.  $\hat{\rho} = 0.19, \hat{\sigma}^2 = 0.1918$

۱۲- اگر  $X \sim N_p(\mu, \Sigma)$  باشد آنگاه کدام گزینه توزیع  $X'AX$  است؟

۱. ویشارت با ۱ درجه آزادی  $\chi_p^2$   
 ۲. ویشارت با ۱ درجه آزادی  $\chi_p^2$   
 ۳. ویشارت با  $p$  درجه آزادی  
 ۴. بستگی به ماتریس  $A$  دارد

۱۳- اگر  $\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma^2 & C & C \\ C & \sigma^2 & C \\ C & C & \sigma^2 \end{bmatrix}$  و همتهای آن در نمونه  $R = \begin{bmatrix} 1 & 0.926 & 0.912 \\ & 1 & 0.926 \\ & & 1 \end{bmatrix}$  باشد برآورد ضریب همبستگی  $\frac{C}{\sigma^2}$  برابر

کدام گزینه است؟

۱. 0/926  
 ۲. 0/912  
 ۳. 1  
 ۴. 0/921

۱۴- اگر  $\Sigma = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 6 \end{bmatrix}$  باشد آنگاه  $\rho_{1,23}$  برابر کدام گزینه است؟

۱.  $\frac{38}{23}$   
 ۲.  $\frac{4\sqrt{2}}{23}$   
 ۳.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$   
 ۴.  $\frac{4}{23}$

۱۵- فرض کنید ماتریس کوواریانس نمونه‌ای به اندازه  $n$  از  $X' = (X_1, X_2, X_3)$  به صورت زیر باشد، مقدار  $r_{1,23}$  کدام است؟

$S = \begin{bmatrix} 4 & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}, S_{12}S_{22}^{-1} = \left( \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$

۱.  $\frac{1}{2}$   
 ۲.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 ۳.  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$   
 ۴.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۱۳۹۶/۱۰/۰۶

۰۸:۳۰

کارشناسی



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: روشهای چند متغیره پیوسته ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۷۰

۱۶- اگر ماتریس کوواریانس به صورت

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0/5 & 0/5 & 0/5 \\ & 1 & 0/5 & 0/5 \\ & & 1 & 0/5 \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

مقدار  $\rho_{1,2}$  برابر کدام گزینه است؟

۱. 0/5      ۲. 0/15      ۳. 0/65      ۴. 0/25

۱۷- اندازه وابستگی دو مجموعه از متغیرهای تصادفی، مقدار ..... است.

۱. همبستگی متعارف      ۲. همبستگی جزئی      ۳. همبستگی ساده      ۴. همبستگی چندگانه

۱۸- برای آزمون بردار میانگین در حالت چندمتغیره از جامعه نرمال، اگر ماتریس کوواریانس معلوم باشد توزیع آماره‌ی آزمون چیست؟

۱. نرمال      ۲. کای اسکور      ۳. اف      ۴. هتلینگ

۱۹- اگر در یک نمونه‌ی ۵ تایی،  $S = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ & 1 \end{bmatrix}$ ،  $\bar{X}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ ،  $\bar{X}_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$  یک فاصله اطمینان 90 درصدی همزمان برای  $\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix}$  کدام گزینه است؟

۱.  $\begin{bmatrix} 1/3 & 4/7 \\ 2/3 & 5/7 \end{bmatrix}$       ۲.  $\begin{bmatrix} 1/4 & 5/7 \\ 2/3 & 5/7 \end{bmatrix}$       ۳.  $\begin{bmatrix} 1/3 & 4/7 \\ 3/3 & 5/7 \end{bmatrix}$       ۴.  $\begin{bmatrix} 1/3 & 4/7 \\ 2/3 & 6/7 \end{bmatrix}$

۲۰- بر اساس نمونه‌ای تصادفی به اندازه 25 از  $X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}$  ماتریس کوواریانس نمونه‌ای  $S = \begin{bmatrix} 7 & 4 & -1 \\ 4 & 6 & 2 \\ -1 & 2 & 9 \end{bmatrix}$  به دست آمده است. مقدار آماره F مربوط فرض  $\rho_{1,2} = 0$  کدام گزینه است؟

۱. ۰/۳۱۲      ۲. ۲۱/۳      ۳. ۳/۱۲      ۴. ۲/۱۳

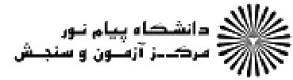
۲۱- اگر  $\rho$  ضریب همبستگی دو متغیر تصادفی باشد برآورد  $\rho$  بر اساس نمونه‌ای ۱۰۳ تایی از  $(X, Y)$  برابر با  $r = 0/4$  باشد،

توزیع حدی  $W = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r}$  کدام گزینه است؟

۱.  $N(24, 11)$       ۲.  $N(0/42, 0/1)$       ۳.  $N(0/24, 0/1)$       ۴.  $N(0/42, 0/1)$

۱۳۹۶/۱۰/۰۶  
 ۰۸:۳۰

کارشناسی



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: روشهای چند متغیره پیوسته ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۷۰

۲۲- در آزمون  $\sum = S$  چند پارامتر به طور همزمان مورد آزمون قرار می گیرند؟

۰۱  $\frac{P(P-1)}{2}$  ۰۲  $\frac{P(P+1)}{2}$  ۰۳  $P^2$  ۰۴  $(P-1)^2$

۲۳- متغیر  $\frac{\delta(1-\sqrt{U_{2,4,6}})}{4\sqrt{U_{2,4,6}}}$  دارای چه توزیعی است؟

۰۱  $F_{8,1}$  ۰۲  $F_{4,8}$  ۰۳  $F_{4,12}$  ۰۴  $F_{5,4}$

۲۴- برای نمونه به اندازه  $n$  تحت فرض  $\rho = \rho$  توزیع  $\frac{1}{2}Ln \frac{1+r}{1-r}$  چیست؟  $(W = \frac{1}{2}Ln \frac{1+\rho}{1-\rho})$

۰۱  $N(W, \frac{1}{n-3})$  ۰۲  $N(W, \frac{1}{n-2})$  ۰۳  $t_{n-2}$  ۰۴  $N(W, \frac{1}{n-1})$

۲۵- در همبستگی چندگانه بین  $X_1$  و  $X_2$  چه چیز محاسبه می شود؟

- ۰۱ همبستگی بین  $X_1$  و هر ترکیب خطی از  $X_2$
- ۰۲ مجموع همبستگی ها بین  $X_1$  و تک تک مولفه های  $X_2$
- ۰۳ ضریب همبستگی بین  $X_1$  و یک ترکیب خطی خاص از  $X_2$
- ۰۴ ماکزیمم قدرمطلق ضریب همبستگی بین ترکیب خطی  $X_1$  و ترکیب خطی  $X_2$

۱۳۹۶/۱۰/۰۶  
۰۸:۳۰

کارشناسی



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: روشهای چند متغیره پیوسته ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۷۰

### سوالات تشریحی

۱-۲۰ نمره اگر ماتریس  $P$  متعامد باشد تابع چگالی بردار  $Y = PX$  را بر حسب تابع چگالی بردار  $X$  بنویسید.

۲-۲۰ نمره در یک جامعه‌ی نرمال چندمتغیره، ثابت کنید  $\bar{X}$  از  $S$  مستقل است.

۳-۲۰ نمره در خانواده نرمال دو متغیره نشان دهید ضریب همبستگی نمونه‌ای،  $r$ ، بر آورد ماکزیمم درست‌نمایی ضریب همبستگی  $\rho$  است.

۴-۲۰ نمره بر آورد درست‌نمایی ماکسیمم برای  $\Sigma$  در خانواده‌های نرمالی با  $\Sigma_1 = \Sigma_2 = \Sigma$  و بردارهای میانگین معلوم  $\mu_1$  و  $\mu_2$  را به دست آورید.

۵-۲۰ نمره ثابت کنید (برای هر ماتریس مربعی  $A$ )

$$E(X'AX) = tr(A\Sigma) + \mu'A\mu$$