تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰** **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : آنالیز ریاضی 1،آنالیزریاضی 1

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض) ، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۳۸ - ، آمار ۱۱۱۱۰۸۷ - ، آمار ، آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶

۱- کدام گزینه درست است؟

۱. اگر عدد p اول باشد $\sqrt{p}$ گویاست.

۲. مجموعه اعداد اصم در اعداد حقیقی چگال است.

۳. اعداد اصم شمارش پذیر است.

۴. ایفیمموم مجموعهٔ $\{p \mid p \in Q, p>0, p^2<2\}$ یک عدد گویاست.

۲- کدام یک از گزاره های زیر به مفهوم خاصیت ارشمیدسی اعداد حقیقی است؟

۱. $\forall x,y \in R\left(x>0 \to \exists n \in N\left(nx>y\right)\right)$

۲. $\forall x,y \in R\left(x>0 \to \forall n \in N\left(nx>y\right)\right)$

۳. $\exists x,y \in R\left(x>0 \wedge \forall n \in N\left(nx>y\right)\right)$

۴. $\forall x,y \in R\left(x>0 \wedge \exists n \in N\left(nx\le y\right)\right)$

۳- فرض کنید A و B دوزیرمجموعه غیر تهی و کراندار R باشند.در این صورت کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

۱. $\inf(A+B)<\inf A+\inf B$

۲. $\inf(A+B)\ge\inf A+\inf B$

۳. $\inf(A+B)=\inf A+\inf B$

۴. $\inf(A+B)\le\inf A+\inf B$

۴- اگر $\{a_n\}$ دنباله‌ای دلخواه از اعداد حقیقی مثبت باشد آنگاه

۱. $\underline{\lim}_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\overline{\lim}_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$

۲. $\overline{\lim}_{n\to\infty}a_n^{\frac{1}{n}}=\overline{\lim}_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$

۳. $\overline{\lim}_{n\to\infty}a_n^{\frac{1}{n}}\ge\overline{\lim}_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$

۴. $\overline{\lim}_{n\to\infty}a_n^{\frac{1}{n}}\le\overline{\lim}_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$

۵- مقدار سری $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}$ کدام گزینه است؟

۱. سری واگراست.

۲. $\frac{\pi^2}{6}$

۳. e

۴. e^2

۶- اگر $a_n=\begin{cases}\frac{1}{2^n} & ,n=2k\\ \frac{1}{3^n} & ,n=2k+1\end{cases}$ آنگاه مقدار $\overline{\lim}_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$ کدام گزینه است؟

۱. $+\infty$

۲. 0

۳. $\frac{1}{2}$

۴. $\frac{1}{3}$

۷- در فضای متریک گسسته اعداد طبیعی گوی باز به مرکز x و به شعاع 1 برابر است با

۱. تهی
۲. $\{x\}$
۳. $\{x-1, x, x+1\}$
۴. کل فضای اعداد طبیعی

۸- در کدام یک از فضاهای متری زیر هر زیرمجموعهٔ آن بسته است؟

۱. اعداد حقیقی
۲. اعدا گویا
۳. فضاهای فشرده
۴. اعداد طبیعی

۹- اگر هر خانواده از زیرمجموعه‌های بسته فضای متری M دارای خاصیت اشتراک متناهی باشد آنگاه آن فضا

۱. همبند است.
۲. فشرده است.
۳. ناگسسته است.
۴. کامل است.

۱۰- اگر مجموعهٔ B در یک فضای متریک کامل مانند M، هیچ‌جا چگال باشد آنگاه

۱. $(\overline{B})^{\circ} = M$
۲. $(\overline{B})^{\circ} = B$
۳. $(\overline{B})^{\circ} = \phi$
۴. $(\overline{B})^{\circ} = B^{\circ}$

۱۱- کدام گزینه به عنوان زیرفضای اعداد حقیقی کامل نیست؟

۱. $[0,1]$
۲. اعداد طبیعی
۳. اعداد صحیح
۴. اعداد گویا

۱۲- مجموعهٔ $[0,1)$ در اعداد حقیقی کدام یک از خواص زیر را دارد؟

۱. همبندی
۲. فشردگی
۳. کامل بودن
۴. بسته بودن

۱۳- گزاره زیر مشهور به کدام یک از قضایای زیر است؟

"اگر $\{F_1, F_2, \ldots\}$ خانواده‌ای از مجموعه‌های بستهٔ ناتهی باشد به‌طوری که همواره $F_{n+1} \subseteq F_n$ و F_1 کراندار باشد آنگاه $\bigcap_{n=1}^{\infty} F_n \neq \varphi$."

۱. آرزولا-آسکولی
۲. اشتراک متناهی
۳. اشتراک کانتور
۴. اشتراک ناتهی

۱۴- کدامیک از گزاره‌های زیر درست است؟

۱. $(E^{\circ})^{c} = \overline{(E^{c})}$
۲. $E^{\circ} = \overline{E^{\circ}}$
۳. $E^{\circ} = (\overline{E})^{\circ}$
۴. $\overline{E} = \overline{E^{\circ}}$

۱۵- اگر تابع حقیقی f بر فضای فشردهٔ X پیوسته و $1-1$ باشد،آنگاه کدام گزینه ممکن است <u>برقرار نباشد</u>؟

۱. $f(X)$ فشرده است.
۲. $\sup_{x \in X} f(x) = \max_{x \in X} f(x)$
۳. f پیوسته یکنواخت است.
۴. f^{-1} پیوسته یکنواخت است.

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ — **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ — **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس: آنالیز ریاضی 1،آنالیزریاضی 1

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۳۸ - ، آمار ۱۱۱۱۰۸۷ - ، آمار ، آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶

۱۶- اگر تابع $f:[a,b]\to[a,b]$ پیوسته باشد آنگاه

۱. f در بازهٔ $[a,b]$ حداقل یک ریشه دارد.

۲. f در بازهٔ $[a,b]$ دارای نقطهٔ ثابت است.

۳. f یک نگاشت همسانریخت است.

۴. $a=\inf\limits_{x\in[a,b]} f(x)$

۱۷- اگر تابع ناپیوستهٔ f بر (a,b) یکنوا باشد آنگاه

۱. ناپیوستگی از نوع دوم دارد.

۲. کراندار است.

۳. مجموعه نقاط ناپیوستگی آن متناهی یا شمارا ست.

۴. ناپیوستگی در نقطهٔ $c\in(a,b)$ ازنوع $\lim\limits_{x\to c^+} f(x)=\lim\limits_{x\to c^-} f(x)\neq f(c)$ می‌باشد.

۱۸- اگر تابع برداری f بر بازه $[a,b]$ پیوسته و بر بازه (a,b) مشتق‌پذیر باشد آنگاه عددی مانند $c\in(a,b)$ وجود دارد به طوریکه

۱. $f(c)=0$

۲. $f'(c)=0$

۳. $f'(c)=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$

۴. $\|f'(c)\|\geq\dfrac{\|f(b)-f(a)\|}{b-a}$

۱۹- اگر تابع $f:(a,b)\to R$ در نقطهٔ x مشتق‌پذیر باشد آنگاه $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(x+h)-f(x-h)}{h}$ برابر است با

۱. $f'(x)$

۲. $2f'(x)$

۳. $\frac{1}{2}f'(x)$

۴. $-f'(x)$

۲۰- اگر تابع $f:(a,b)\to R$ تعریف شده و $c\in(a,b)$ و عدد مثبتی مانند M موجود باشد بطوریکه برای هر $x\in(a,b)$ ، $|f(x)-f(c)|\leq M|x-c|^{\alpha}$ باشد در این‌صورت

۱. اگر $\alpha>1$ ،آنگاه تابع f در c مشتق‌پذیراست.

۲. اگر $\alpha=1$ ،آنگاه تابع f در c مشتق‌پذیراست.

۳. برای $\alpha=0$ تابع f در c پیوسته است.

۴. برای $\alpha=0$ تابع f در c ثابت است.

سوالات تشریحی

۱- اگر A و B دو زیرمجموعهٔ کراندار از اعداد نامنفی و $AB=\{ab\,|\,a\in A,b\in B\}$ باشند ثابت کنید $\sup A.\sup B=\sup AB$. — ۱،۲۰ نمره

۲- ثابت کنید اگر $\{a_n\}$ از بالا کراندار و $\lim\limits_{n\to\infty}a_n$ موجود باشد، آن‌گاه — ۱،۲۰ نمره

$$\overline{\lim_{n\to\infty}}a_n=\lim_{n\to\infty}a_n$$

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰** **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس: آنالیز ریاضی 1،آنالیزریاضی 1

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۳۸ - ، آمار ۱۱۱۱۰۸۷ - ، آمار ، آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶

۳- ثابت کنید هر زیر مجموعهٔ بسته و کراندار R^k فشرده است. ۱،۲۰ نمره

۴- ثابت کنید اگر (X, d_X) و (Y, d_Y) دو فضای متریک بوده و تابع $f: X \to Y$ در مجموعهٔ فشرده $F \subseteq X$ پیوسته باشد آنگاه f بر F پیوسته یکنواخت است. ۱،۲۰ نمره

۵- ثابت کنید اگر f در نقطه $c \in (a,b)$ دارای ماکسیمم یا مینیمم موضعی و $f'(c)$ موجود باشد آن‌گاه $f'(c) = 0$ ۱،۲۰ نمره