



دانشگاه پیام نور
مرکز آزمون سنجش

کارشناسی

حضرت علی(ع): دانش راهبر نیکویی برای ایمان است

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درسی: ریاضیات پایه و مقدمات آمار ۲، ریاضیات در برنامه ریزی، ریاضیات و کاربرد آن در مدیریت ۲

رشته تحصیلی/گروه درسی: مدیریت دولتی ۱۱۱۱۰۰۶ - مدیریت صنعتی ۱۱۱۱۰۱۰ - حسابداری ۱۱۱۱۰۱۳ - علوم اقتصادی (نظری) چندبخشی، حسابداری چندبخشی، مدیریت دولتی (چندبخشی)، مدیریت بازرگانی (چندبخشی)، مدیریت صنعتی (چندبخشی)، مدیریت جهانگردی (چندبخشی) ۱۱۱۱۰۱۵ - مدیریت بازرگانی ۱۱۱۱۱۱۸ - علوم اجتماعی (برنامه ریزی اجتماعی تعاون و رفاه) ۱۲۲۲۱۹۶

۱- یاد مشتق $G(x)$ از تابع $f(x) = x^2 + x + 1$ با شرط $G(0) = 1$ کدام است؟

۱. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + 1$ ۲. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 1$

۳. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x$ ۴. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x - 1$

۲- حاصل انتگرال $\int \sin(x) \cos^5(x) dx$ کدام است؟

۱. $(\frac{\cos x}{8})^8 + c$ ۲. $-\frac{1}{8} \sin^8 x + c$ ۳. $-\frac{1}{8} \cos^8 x + c$ ۴. $(\frac{\sin x}{8})^8 + c$

۳- حاصل انتگرال $\int_{-2}^2 [x] dx$ کدام است؟

۱. ۱ ۲. ۲ ۳. ۱ ۴. ۲

۴- حاصل انتگرال $\int_{-1}^1 x |x| dx$ کدام است؟

۱. ۱ ۲. $\frac{1}{2}$ ۳. ۰ ۴. ۱

۵- مساحت محدود به نمودار تابع $f(x) = 1 - x^2$ و محور x ها در بازه $[0, 2]$ کدام است؟

۱. ۲ ۲. ۲ ۳. $\frac{3}{2}$ ۴. $-\frac{3}{2}$

۶- اگر تابع عرضه کالایی برابر $y = x^3 + 4$ باشد آنگاه مازاد تولید کننده به ازای $y_0 = 12$ کدام است؟

۱. ۱۴ ۲. ۱۲ ۳. ۱۰ ۴. ۱۱

سوال ۱
 $f(x) = x^2 + x + 1 \Rightarrow G(x) = \int f(x) dx = \int (x^2 + x + 1) dx = \int x^2 dx + \int x dx + \int 1 dx$

$\Rightarrow G(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + C$

$\star G(0) = 1 \Rightarrow 1 = \frac{1}{3}(0)^3 + \frac{1}{2}(0)^2 + 0 + C \Rightarrow C = 1 \Rightarrow G(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + 1$

$\int \sin x \cos^5 x dx$

$u = \cos x \Rightarrow du = -\sin x dx \Rightarrow -du = \sin x dx$

$\Rightarrow \int \frac{\cos^5 x}{u} \sin x dx = \int u^4 (-du) = \int u^4 (-du)$

$\Rightarrow = -\int u^4 du = -\frac{1}{4+1} u^{4+1} + C = -\frac{1}{5} u^5 + C = -\frac{1}{5} \cos^5 x + C$

سوال ۳
 $\int_{-2}^2 [x] dx = \int_{-2}^{-1} [x] dx + \int_{-1}^0 [x] dx + \int_0^1 [x] dx + \int_1^2 [x] dx$

$= \int_{-2}^{-1} (-2) dx + \int_{-1}^0 (-1) dx + \int_0^1 0 dx + \int_1^2 1 dx = -2x \Big|_{-2}^{-1} + (-x) \Big|_{-1}^0 + 0 + x \Big|_1^2$

$= (-2(-1) - (-2(-2))) + (0 - (-(-1))) + 0 + (2 - 1) = -2 - 1 + 0 + 1 = -2$

$\int_{-1}^1 x|x| dx$

سوال ۴
 $\star$ اگر $f(x)$ تابع فرد باشد $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$

$\hookrightarrow f(x) = x|x| \rightarrow$ تابع فرد $\Rightarrow \int_{-1}^1 x|x| dx = 0$

سوال ۵
 $\cos x = \int_{-1}^1 |1-x^2| dx = \int_0^1 (1-x^2) dx + \int_1^2 -(1-x^2) dx = (x - \frac{1}{3}x^3) \Big|_0^1 + (-x + \frac{1}{3}x^3) \Big|_1^2$

$\frac{x}{1-x^2} \Big|_{-\infty}^{-1} + \frac{1}{0} + \frac{1}{0} - \frac{x}{1-x^2} \Big|_1^{+\infty} \Rightarrow (1 - \frac{1}{3}(1)^3 - 0) + (-2 + \frac{1}{3}(2)^3 - (-1 + \frac{1}{3}(1)^3))$

$= 1 - \frac{1}{3} - 2 + \frac{8}{3} + 1 - \frac{1}{3} = \frac{4}{3} = 2$

سوال ۶
 $y = x^2 + 4 \quad y_0 = 12 \Rightarrow$ شرط مرزی = P.S = $x_0 y_0 = \int_0^{x_0} y dx$

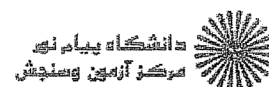
$y_0 = 12 \Rightarrow 12 = x^2 + 4 \Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow P.S = 2 \times 12 = \int_0^2 (x^2 + 4) dx$

$\Rightarrow P.S = 24 - (\frac{1}{3}x^3 + 4x \Big|_0^2) = 24 - (\frac{1}{3}(2)^3 + 4 \times 2 - 0) = 24 - 12 = 12$

سوال ۷
 $y' = \frac{xy}{1-xy} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{xy}{1-xy} \Rightarrow (1-xy)dy = xy dx$

$\Rightarrow \int (1-xy)dy = \int xy dx \Rightarrow y - y^2 = x^2 + C \Rightarrow y - y^2 - x^2 = C \Rightarrow y - (y^2 + x^2) = C$

سوال ۸
 فرض کنیم $y = \sin x$



گوشه دانش
حضرت علی (ع): دانش را هر نیکویی برای ایمان است

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵ زمان آزمون (هفته): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: ریاضیات پایه و مقدمات آمار، ریاضیات در برنامه ریزی، ریاضیات و کاربرد آن در مدیریت ۲
رشته تحصیلی/گروه درسی: مدیریت دولتی ۱۱۱۱۰۰۶، مدیریت صنعتی ۱۱۱۱۰۱۰، حسابداری ۱۱۱۱۰۱۳، علوم اقتصادی (نظری) چندبخشی، حسابداری (چندبخشی)، مدیریت دولتی (چندبخشی)، مدیریت بازرگانی (چندبخشی)، مدیریت صنعتی (چندبخشی)، مدیریت جهانگردی (چندبخشی) ۱۱۱۱۰۱۵، مدیریت بازرگانی ۱۱۱۱۱۱۸، علوم اجتماعی (برنامه ریزی اجتماعی تعاون و رفاه) ۱۲۲۲۱۹۶

۷- جواب معادله دیفرانسیل $y' = \frac{yx}{1-y}$ کدام است؟

۱. $y - y^2 + x^2 = c$ ۲. $y - (y^2 + x^2) = c$

۳. $y^2 - y + x^2 = c$ ۴. $y^2 - y - x^2 = c$

۸- اگر A, B دو ماتریس مربع و هم مرتبه باشند آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

۱. $(AB)^t = A^t B^t$ ۲. اگر $A = A^t$ آنگاه ماتریس A متعامد است.

۳. اگر $A = -A^t$ آنگاه ماتریس A پادمتقارن است. ۴. $AB = BA$

۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ آنگاه A^{-1} کدام است؟

۱. $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ ۲. $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ۳. $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ۴. $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

۱۰- اگر $\det A = 2$ و A یک ماتریس از مرتبه ۳ باشد آنگاه $\det(A^2)$ کدام است؟

۱. ۱۶ ۲. ۴ ۳. ۶ ۴. ۱۲

۱۱- اگر $\det(A) = 3$ و $\det(B) = -2$ آنگاه $\det(ABA^{-1})$ کدام است؟

۱. -۲ ۲. ۲ ۳. ۱۸ ۴. -۱۸

$${}^2A - \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}^t \Rightarrow {}^2A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow {}^2A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & \frac{5}{2} \\ 2 & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

سؤال ۱۱

$$\det A = 2 \Rightarrow \det({}^2A) = 2^3 \det(A) = 8 \times 2 = 16$$

۳ ماتریس مرتبه A

سؤال ۱۱

$$\det(A) = 3 \Rightarrow \det(ABA^{-1}) = \det(A) \times \det(B) \times \det(A^{-1})$$

$$\det(B) = -2 = 3 \times (-2) \times \frac{1}{3} = -2$$

سؤال ۱۱

$$\textcircled{1} \Rightarrow S = \{(1, 2, 3), (2, 5, 8), (0, 0, 0)\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 8 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \text{واحد خطی اند}$$

سؤال ۱۲

سؤال ۱۳ نرینه ۲ صحیح است

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \quad \star \text{ مقادیر ویژه ماتریس های بالابندی یا پایین مثلث قطری همان عناصر روی قطر اصلی آنها باشند.}$$

$$\Rightarrow \text{مقادیر ویژه } A = 1, -2$$

سؤال ۱۴

$$\star \text{ اگر } \lambda \text{ مقدار ویژه ماتریس } A \text{ باشد آنگاه } \frac{1}{\lambda} \text{ مقدار ویژه ماتریس } A^{-1} \text{ می باشد.}$$

$$\lambda = -\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{-\frac{3}{4}} = -\frac{4}{3} \Rightarrow \text{مقدار ویژه } A^{-1} \text{ می باشد}$$

سؤال ۱۵

نرینه ۳

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (\frac{1}{\pi}, \pi)} xy \sin(xy) = \frac{1}{\pi} \times \pi \sin\left(\frac{1}{\pi} \times \pi\right) = \frac{\pi}{\pi} \sin \frac{\pi}{\pi} = \frac{\pi}{\pi}$$

سؤال ۱۶

سؤال ۱۷

$$f(x,y) = x \ln(y) - y \ln(x) \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y} = x \times \frac{1}{y} - 1 \times \ln x = \frac{x}{y} - \ln x$$

$$\Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(e^r, e) = \frac{e^r}{e} - \ln e^r = e - r \ln e = e - r$$

سؤال ۱۸

$$f(x,y) = x^3 y^2 + xy^4 \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial y} (3x^2 y^2 + y^4) = 6xy^2 + 4y^3$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(1,1) = 6(1)(1) + 4(1) = 6 + 4 = 10$$

سؤال ۱۹

$$z = xy^3 - 2xy + x - 2$$

$$x=1, y=1, dx=1/2, dy=1/3$$

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy = (y^3 - 2y + 1)dx + (3xy^2 - 2x)dy$$

$$dz = (1^3 - 2(1) + 1) \times \frac{1}{2} + (3(1)(1)^2 - 2(1)) \times \frac{1}{3} = 0 \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$



دانشگاه پیام نور
مرکز آموزش و سنجش

گارشناسی

حضرت علی(ع): دانش راهبر نیکویی برای ایمان است

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

هنوان درسی: ریاضیات پایه و مقدمات آمار، ریاضیات در برنامه ریزی، ریاضیات و کاربرد آن در مدیریت، ریاضیات و کاربرد آن در مدیریت ۲

روشنه تحصیلی/گروه درسی: مدیریت دولتی ۱۱۱۱۰۰۶ - مدیریت صنعتی ۱۱۱۱۰۱۰ - حسابداری ۱۱۱۱۰۱۳ - علوم اقتصادی (نظری) چندبخشی، حسابداری (چندبخشی)، مدیریت دولتی (چندبخشی)، مدیریت بازرگانی (چندبخشی)، مدیریت صنعتی (چندبخشی)، مدیریت جهانگردی (چندبخشی) ۱۱۱۱۰۱۵ - مدیریت بازرگانی ۱۱۱۱۱۱۸ - علوم اجتماعی (برنامه ریزی اجتماعی تعاون و رفاه) ۱۲۲۲۱۹۶

۱۲- کدام مجموعه زیر وابسته خطی است؟

۱. $S = \{(1, 2, 3), (2, 5, 8), (0, 0, 0)\}$

۲. $S = \{(1, 2), (3, 4)\}$

۳. $S = \{(1, 1, 1), (1, 2, 1), (1, 1, 2)\}$

۴. $S = \{(1, 2, 3, 4)\}$

۱۳- کدام گزینه در مورد رتبه یک ماتریس مربع از مرتبه n صحیح است؟

۱. $\det A = 0 \Leftrightarrow r(A) = n$

۲. $\det A = 0 \Leftrightarrow r(A) < n$

۳. $\det A = 0 \Leftrightarrow r(A) > n$

۴. $r(A) > r(A^t)$ اگر A مربع نباشد

۱۴- مقادیر ویژه ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ کدام است؟

۲، ۳، ۴

۲، ۱، ۳

۱، ۲، ۲

۱، ۲، ۱

۱۵- اگر بدانیم $\lambda = -\frac{3}{4}$ مقدار ویژه ماتریس A است آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

۲. $\gamma = -\frac{9}{16}$ مقدار ویژه ماتریس A^2 است

۱. $\gamma = \frac{4}{3}$ مقدار ویژه ماتریس A^{-1} است

۴. $\gamma = \frac{16}{9}$ مقدار ویژه ماتریس A^2 است

۳. $\gamma = -\frac{4}{3}$ مقدار ویژه ماتریس A^{-1} است

۱۶- حد تابع $\lim_{(x,y) \rightarrow (\frac{1}{4}, \pi)} xy \sin(xy)$ کدام است؟

۴. $\frac{\pi}{4}$

۳. $\frac{\pi\sqrt{2}}{6}$

۲. $\frac{\pi\sqrt{3}}{6}$

۱. $\frac{\pi}{2}$

سوال ۲۰

$$u = 2x^2y^2z - 4xy^2 \Rightarrow \text{مطلوبہ حوالہ} = \frac{\partial u}{\partial y}(2, 4, 3)$$

$$\begin{aligned} x &= 2 \\ y &= 4 \\ z &= 3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} = 4x^2yz - 8xy \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial y}(2, 4, 3) = 4(2)(4)(3) - 8(2)(4) = 16$$

سوال ۱ تشریحی

$$f(x) = x^3, g(x) = x^2 - x \Rightarrow S = \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx = \int_0^1 |x^3 - x^2 + x| dx$$

$$\Rightarrow x^3 - x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x^2 - x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - x + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & -\infty & 0 & 1 \\ \hline x^3 - x^2 + x & - & 0 & + \end{array} \Rightarrow S = \int_0^1 (x^3 - x^2 + x) dx$$

$$\Rightarrow S = \int_0^1 x^3 dx - \int_0^1 x^2 dx + \int_0^1 x dx = \left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 \right) \Big|_0^1 = \left(\frac{1}{4}(1) - \frac{1}{3}(1) + \frac{1}{2}(1) - 0 \right)$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{3 - 4 + 6}{12} = \frac{5}{12}$$

سوال ۲ تشریحی صورت سوال اسباقہ ملرز عبارت صحیح

H A P P Y B I R T H D A Y

۸ ۷ ۱۴ ۱۴ ۵۰ ۲ ۹ ۱۸ ۲۰ ۸ ۴ ۷ ۲۵

[۸ ۷]

[۱۴ ۱۴]

[۵۰ ۲]

[۹ ۱۸]

[۲۰ ۸]

[۴ ۷]

[۲۵ ۲۵]

حریک ازین ۷ ماتریس
رادو ماتریس A ضد
حریک

$$[۸ ۷] \begin{bmatrix} ۲ & ۳ \\ ۱ & -۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۹ & ۱۵ \\ ۱۴ & ۱۴ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ۱۴ & ۱۴ \\ ۵۰ & ۷۵ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -۵ & -۱۲ \\ ۱۴ & ۱۴ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ۱۲ & ۱۴ \\ ۱۲ & ۱۴ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ۱۲ & ۱۴ \\ ۱۲ & ۱۴ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ۱۲ & ۱۴ \\ ۱۲ & ۱۴ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ۱۲ & ۱۴ \\ ۱۲ & ۱۴ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ۱۲ & ۱۴ \\ ۱۲ & ۱۴ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ۱۲ & ۱۴ \\ ۱۲ & ۱۴ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ۱۲ & ۱۴ \\ ۱۲ & ۱۴ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ۱۲ & ۱۴ \\ ۱۲ & ۱۴ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ۱۲ & ۱۴ \\ ۱۲ & ۱۴ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ۱۲ & ۱۴ \\ ۱۲ & ۱۴ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ۱۲ & ۱۴ \\ ۱۲ & ۱۴ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ۱۲ & ۱۴ \\ ۱۲ & ۱۴ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ۱۲ & ۱۴ \\ ۱۲ & ۱۴ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ۱۲ & ۱۴ \\ ۱۲ & ۱۴ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ۱۲ & ۱۴ \\ ۱۲ & ۱۴ \end{bmatrix}$$

این اسلادرام
کرتیب میزنم

$$\Rightarrow \text{عبارت تبدیل شماره ۲} = ۹, ۱۰, ۱۴, ۱۴, ۵۰, ۷۵, -۵, -۱۲, ۱۴, ۱۴, ۱۲, ۱۴, -۱۱, -۲۹$$

$$\begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ x + 2y - z = 0 \\ 4x + 3y - z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 2x \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} - (-1)x \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} + 1x \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= 2x(-2 - (-3)) + (-1)(-1 - (-4)) + (3 - 4) = 2x - 5 = 0$$

چون ترفندان ماتریس ضرایب دستگاه برابر صفر است پس دستگاه معادله ناممکن خواهد بود غیر از
حی بابشر

$$e^{-\gamma} \cdot \gamma \quad e^{-\gamma} \cdot \gamma \quad e^{-1} \cdot 1$$

11. f 12. 3 14. 2 10. 1

$$-0.15 \cdot F \qquad 0.15 \cdot F \qquad 0.13 \cdot F \qquad 0.12 \cdot F$$

118.۴ 11۶.۳ ۱۲۸.۲ ۱۲۶.۱

١٠٤٠ نصره

١٠٤٠، نمره

هر گاه حروف به صورت

١٠٤٠ نمبر

۱۳۲۲ - ۱۳۲۳

١٠٤٠ نصره

١٠٤٠ فم ٥

۵- نقاط اکسترمم نسبی و زینی تابع $f(x, y) = 8x^2 - 24xy + y^3$ را در صورت وجود بیابید.

عبارت ۵ - ۳۸ ص ۲۰۲

حل

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} -2R_1 + R_2 \rightarrow R_2 \\ -4R_1 + R_3 \rightarrow R_3 \end{matrix}} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -5 & 3 \\ 0 & -5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{-\frac{1}{5}R_2 \rightarrow R_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{5} \\ 0 & -5 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} -2R_2 + R_1 \rightarrow R_1 \\ 5R_2 + R_3 \rightarrow R_3 \end{matrix}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 5x + \frac{1}{5}z = 0 \\ y - \frac{3}{5}z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + \frac{1}{5}z = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{5}z \\ y - \frac{3}{5}z = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{5}z \end{cases}$$

بافتراض $z = \alpha$ ← $z = \alpha$ ← متغير آزاد

$$\Rightarrow \text{حاصل دالة} = \left\{ \left(-\frac{1}{5}\alpha, \frac{3}{5}\alpha, \alpha \right) \mid \alpha \in \mathbb{R} \right\}$$

سؤال ٢ - تشریحی

$$\begin{aligned} w &= e^{xyz} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial w}{\partial x} = yze^{xyz} \\ \frac{\partial w}{\partial y} = xze^{xyz} \\ \frac{\partial w}{\partial z} = xy e^{xyz} \end{cases} \\ x &= 3u + v \Rightarrow \frac{\partial x}{\partial u} = 3 \\ y &= 2u - v \Rightarrow \frac{\partial y}{\partial u} = 2 \\ z &= u^2 v \Rightarrow \frac{\partial z}{\partial u} = 2uv \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial u} &= \frac{\partial w}{\partial x} \times \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial w}{\partial y} \times \frac{\partial y}{\partial u} + \frac{\partial w}{\partial z} \times \frac{\partial z}{\partial u} = yze^{xyz} \times 3 + xze^{xyz} \times 2 + xy e^{xyz} \times 2uv \\ &= 3yze^{xyz} + 2xze^{xyz} + 2xyuv e^{xyz} = (3yz + 2xz + 2xyuv) e^{xyz} \end{aligned}$$

$$f(x, y) = 11x^3 - 12xy^2 + y^3 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} = 33x^2 - 12y^2 \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 66x$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = -12x + 3y^2 \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 6y \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = -12$$

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 33x^2 - 12y^2 = 0 \\ -12x + 3y^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 33x^2 = 12y^2 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{11}y^2 \\ -12x + 3y^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow x^2 = y^2 \quad \star$$

$$\Rightarrow 33x^2 - 12x = 0 \Rightarrow 3x(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow 3x(x-2)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow (0, 0), (2, 2) \rightarrow \text{نقاط بحرانی}$$

$$D_{(0,0)} \rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0) = 0, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0) = 0, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0) = -12 \Rightarrow \Delta(0,0) = 0 \times 0 - (-12)^2 = -144$$

$\Delta(0,0) < 0$ ← نقطه (0,0) نقطه سرجی است

$$D_{(2,2)} \rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(2,2) = 66 \times 2 = 132, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(2,2) = 12 \times 2 = 24, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(2,2) = -12$$

$$\Rightarrow \Delta(2,2) = 132 \times 24 - (-12)^2 = 3168 > 0 \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(2,2) > 0 \rightarrow \text{نقطه (2,2) نقطه محلی مینیمم است}$$

$$\star \Delta(a, b) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \times \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \right)^2 \rightarrow \Delta(a, b) \text{ محاسبه}$$