



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۳۳۲

استفاده از ماشین حساب ساده، ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- کدامیک از ماتریس های زیر اکیدا قطر غالب است؟

$$\begin{bmatrix} 5 & -5 \\ -5 & 5 \end{bmatrix} \cdot 4$$

$$\begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot 3$$

$$\begin{bmatrix} -3 & 1 & 2 \\ -1 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix} \cdot 2$$

$$\begin{bmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 5 & 7 & 1 \\ 1 & 2 & -4 \end{bmatrix} \cdot 1$$

۲- تعریف ماتریس معین مثبت در کدام گزینه آمده است؟

۱. ماتریس مربعی  $A$  را معین مثبت گوییم هرگاه برای هر بردار نا صفر  $X$  داشته باشیم  $X^T A X > 0$ ۲. ماتریس متقارن  $A$  را معین مثبت گوییم هرگاه برای هر بردار نا صفر  $X$  داشته باشیم  $X^T A X \geq 0$ ۳. ماتریس متقارن  $A$  را معین مثبت گوییم هرگاه برای هر بردار نا صفر  $X$  داشته باشیم  $X^T A X > 0$ ۴. ماتریس مربعی  $A$  را معین مثبت گوییم هرگاه برای هر بردار نا صفر  $X$  داشته باشیم  $X^T A X \geq 0$ ۳- فرض کنیم  $V$  فضای ماتریس های  $2 \times 2$  حقیقی روی هیات  $R$  باشد. زیر فضاهای  $W_1$  و  $W_2$  را به صورت زیر تعریف میکنیم. زیر فضای  $W_1 \cap W_2$  در کدام گزینه آمده است؟

$$W_2 = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ b & -c \end{bmatrix}, a, b, c \in R \right\} \quad \text{و} \quad W_1 = \left\{ \begin{bmatrix} x & 0 \\ y & z \end{bmatrix}, x, y, z \in R \right\}$$

$$\left\{ \begin{bmatrix} x & 0 \\ y & -z \end{bmatrix}, x, y, z \in R \right\} \cdot 2$$

$$\left\{ \begin{bmatrix} x & y \\ y & z \end{bmatrix}, x, y, z \in R \right\} \cdot 1$$

$$\left\{ \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & z \end{bmatrix}, x, z \in R \right\} \cdot 4$$

$$\left\{ \begin{bmatrix} x & 0 \\ y & z \end{bmatrix}, x, y, z \in R \right\} \cdot 3$$

۴- با توجه به زیر فضاهای  $W_1$  و  $W_2$ ،  $W_1 \cap W_2$  بعد (dim) بعد

کدام است؟

۱. ۴

۳. ۴

۲. ۳

۱. ۲



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۳۲

۵- فرض کنیم  $W_1$  و  $W_2$  دو زیر فضا از فضای برداری  $V$  روی هیات  $F$  باشند. در این صورت:

۱.  $W_1 \cap W_2$  نیز زیر فضایی از  $V$  است.  $\dim(W_1 \cup W_2) = \dim V$  .۲

۳.  $\dim W_2 < \dim V$  .۴  $\dim(W_1 \cap W_2) = \dim W_1 - \dim W_2$

۶- فرض کنیم  $V$  فضای برداری تمام توابع از میدان حقیقی  $R$  به توی  $R$  باشد. کدام یک از گزینه ها زیر فضایی از  $V$  نیست؟

۱.  $W = \{f : f(3) = 0\}$  .۲  $W = \{f : f(7) = f(1)\}$

۳.  $W = \{f : f(x) \geq 0\}$  .۴  $W = \{f : f(-x) = -f(x)\}$

۷- اگر  $V$  و  $W$  فضاهای برداری روی هیات  $F$  و  $T: V \rightarrow W$  تبدیل خطی باشد، کدام گزینه درست است؟

۱.  $T$  یک به یک است اگر و تنها اگر  $\ker T = \{0\}$  .۲ اگر  $T(0) \neq 0$  آنگاه  $T$  یک به یک است.

۳. بعد  $V$  بزرگتر از حاصلجمع پوچی  $T$  و رتبه  $T$  است. .۴ اگر  $T(0) = 0$  آنگاه  $T$  یک به یک است.

۸- فرض کنیم ماتریس نمایش  $T$  به صورت زیر باشد، کدام گزینه صحیح است؟

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

۱.  $T$  وارون پذیر است. .۲  $T$  پوشا است. .۳  $T$  یک به یک است. .۴ رتبه  $T$  برابر ۴ است.

۹- اگر ماتریس نمایش  $T^{-1}$  به صورت زیر باشد، تبدیل خطی  $T: R^3 \rightarrow R^3$  کدام گزینه است؟

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

۱.  $(x-2y+3z, y+z, 2z)$  .۲  $(x-2y, y+3z, 2z)$

۳.  $(x-2y, y-3z, 2z)$  .۴  $(x-2y+3z, y, 2z)$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۳۲

۱۰- اگر چند جمله ای مشخصه ماتریس  $A$  به صورت زیر باشد، در مورد این ماتریس کدام گزینه صحیح است؟

$$p(\lambda) = (\lambda - 1)(\lambda - 3)^2$$

$$\det(A) = 0 \quad .۲$$

۱.  $A$  معکوسپذیر است.

۴.  $A$  ماتریس قطری غالب است.

۳.  $A$  ماتریس همانی است.

۱۱- برای محاسبه دترمینان ماتریس  $A_{n \times n}$  کدامیک از روابط زیر صحیح است؟

( $A_{ij}$  ماتریس حاصل از حذف سطر  $i$  و ستون  $j$  در ماتریس  $A$  است.)

$$\sum_{k=1}^n (-1)^{k+j} a_{kj} \det(A_{kj}) \quad .۲$$

$$a_{11} \dots a_{nn} \quad .۱$$

۴.  $1 \leq j \leq n$  که در آن  $A_{1j} A_{2j} \dots A_{nj}$

۳.  $1 \leq j \leq n$  که در آن  $A_{1j} + A_{2j} + \dots + A_{nj}$

۱۲- فرض کنید  $V$  فضای برداری چند جمله ای ها با ضرب داخلی  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$  باشد. اگر  $f(t) = t+2$  و

$g(t) = t^2 - 2t - 3$ ، حاصل  $\langle f, g \rangle$  کدام است؟

$$\frac{30}{4} \quad .۴$$

$$-\frac{30}{4} \quad .۳$$

$$-\frac{37}{4} \quad .۲$$

$$\frac{37}{4} \quad .۱$$

۱۳- با فرض اینکه  $A$  ماتریس حقیقی  $n \times n$  و  $X$  یک بردار در فضای  $R^n$  است، کدام گزینه نادرست است؟

$$\|X\|_{\infty} = \max_{1 \leq i \leq n} |x_i| \quad .۲$$

$$\|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}| \quad .۱$$

$$\|A\|_{\infty} = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}| \quad .۴$$

$$\|X\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2} \quad .۳$$

۱۴- را به روش دولیتل به حاصلضرب LU تجزیه می کنیم درایه  $l_{32}$  (مولفه سطر ۳ و ستون ۲ در ماتریس  $L$ ) چند است؟

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 14 & 11 & 14 \\ 6 & 29 & 41 \end{bmatrix}$$

$$7 \quad .۴$$

$$3 \quad .۳$$

$$2 \quad .۲$$

$$-2 \quad .۱$$

۱۵- تعداد ضربها در روش حذفی گاوس برای حل دستگاه معادلات خطی برابر است با؟

$$O(n) \quad .۴$$

$$O(n^4) \quad .۳$$

$$O(n^2) \quad .۲$$

$$O(n^3) \quad .۱$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۳۲

۱۶- کدامیک از نواحی زیر جز دواير گرشگورين برای ماتريس می باشد.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 7 & 1 \\ -2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

۱.  $R_1 = \{z \in \mathbb{C} : |z+1| \leq 3\}$

۲.  $R_2 = \{z \in \mathbb{C} : |z-7| \leq 2\}$

۳.  $R_3 = \{z \in \mathbb{C} : |z-3| \leq 3\}$

۴.  $R_4 = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| \leq 1\}$

۱۷- فرض کنیم ماتريس  $A$ ،  $n \times n$  و چند جمله ای مشخصه آن  $p(\lambda) = \lambda^n + p_1 \lambda^{n-1} + \dots + p_n$  باشد، و همچنین  $S_k = \lambda_1^k + \lambda_2^k + \dots + \lambda_n^k$ . با روش لوریبر می خواهیم چندجمله ای مشخصه را بیابیم.  $P_1$  از کدام فرمول بدست می آید؟

۴.  $\frac{-S_2 + S_1^2}{2}$

۳.  $\frac{-S_2 - S_1^2}{2}$

۲.  $\frac{S_2 - S_1^2}{2}$

۱.  $\frac{S_2 + S_1^2}{2}$

۱۸- اگر  $p(\lambda) = \lambda^4 - 2\lambda^2 - 1$  چند جمله ای مشخصه ماتريس  $A$  باشد.  $A^{-1}$  برابر کدام است؟

۴.  $A^3 - 2I$

۳.  $A^4 - I$

۲.  $A^4 - 2A^2$

۱.  $A^3 - 2A$

۱۹- هرگاه  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$  باشد. پس از یک مرحله انجام روش تکراری ژاکوبی (برای تبدیل  $A$  به ماتريس سه قطری) کدام مولفه صفر می شود؟

۴.  $a_{32}$

۳.  $a_{31}$

۲.  $a_{22}$

۱.  $a_{12}$

۲۰- روش QR برای تبدیل یک ماتريس مربعی به ماتريس ... است.

۴. قطری

۳. پایین مثلثی

۲. بالا مثلثی

۱. سه قطری

### سوالات تشریحی

۱۴۰ نمره

۱- فرض کنید  $V$  فضای چند جمله ای ها با درجه کوچکتر یا مساوی ۴ روی هیات اعداد حقیقی باشد. با فرض

$B = \{p_0(x), \dots, p_3(x)\}$  که  $P_j(x) = 1 + x + \dots + x^j$ ، نشان دهید مجموعه  $B$  یک پایه برای  $V$  می باشد. سپس

چند جمله ای  $x^3 - 2x^2 + 1$  را به صورت ترکیب خطی از اعضای این پایه بنویسید.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۳۲

۲- فرض کنید  $T: R^3 \rightarrow R^3$  تبدیل خطی باشد که توسط  $T(x, y, z) = (x - y + 2z, 2x + y, -x - 2y + 2z)$  تعریف شده است.  $\ker T$  و  $\text{ran} T$  را بیابید. یک به یک و پوشا بودن  $T$  را بررسی کنید. آیا  $T$  وارونپذیر است.

۱.۴۰ نمره

۳- فرض کنید  $V$  فضای با ضرب داخلی و  $B = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$  پایه متعامد یکه برای  $V$  باشد. نشان دهید برای هر  $\alpha$  در  $V$  داریم  $\alpha = \sum_{i=1}^n (\alpha | \alpha_i) \alpha_i$ .

۱.۴۰ نمره

۴- ماتریس  $\begin{bmatrix} 4 & 4 & 2 \\ 4 & 8 & 2 \\ 2 & 2 & 5 \end{bmatrix}$  را به روش چولسکی به حاصلضرب  $LL^T$  تجزیه کنید.

۱.۴۰ نمره

۵- ماتریس  $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$  را با استفاده از تبدیلات هاوس هلدر به یک ماتریس سه قطری متقارن تبدیل کنید.

۱.۴۰ نمره