



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها، علوم

کامپیوتر ۱۱۱۳۲۲

۱- کدام گزینه درست است؟

- ۰۱ هر میدان مرتب یک میدان ارشمیدسی است.  
 ۰۲ هر میدان ارشمیدسی یک میدان کامل است.  
 ۰۳ یک میدان کامل، میدان ارشمیدسی است.  
 ۰۴  $R$  یک میدان ارشمیدسی است.

۲- کدام گزینه صحیح است؟

۰۱  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin \frac{n\pi}{2} = 1$   
 ۰۲  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin \frac{n\pi}{2} = 0$   
 ۰۳  $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos \frac{n\pi}{2} = 0$   
 ۰۴  $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos \frac{n\pi}{2} = -1$

۳- مقدار کدام یک از سریهای زیر با مقدار سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$  برابر است؟

۰۱  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$   
 ۰۲  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$   
 ۰۳  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)^2}$   
 ۰۴  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{1+n^2}$

۴- در فضای متریک گسسته  $N$  (اعداد طبیعی)، گوی باز به مرکز ۱ و به شعاع ۲ کدام مجموعه است؟

۰۱  $N$   
 ۰۲  $\{1\}$   
 ۰۳  $\{1,2\}$   
 ۰۴  $\{1,2,3\}$

۵- اگر  $M$  یک فضای متریک کامل و  $A \subseteq M$  باشد در این صورت  $A$  هیچ جا چگال است هرگاه

۰۱  $(\bar{A})^\circ = \phi$   
 ۰۲  $(A^\circ) = \phi$   
 ۰۳  $\bar{A} = M$   
 ۰۴  $(\bar{A})^\circ = M$

۶- اگر هر زیرمجموعه نامتناهی فضای متریک  $M$  دارای یک نقطه انباشتگی باشد آنگاه

- ۰۱  $M$  شمارش پذیر است.  
 ۰۲  $M$  فشرده است.  
 ۰۳  $M$  همبند است.  
 ۰۴  $M$  گسسته است.

۷- فرض کنید  $E$  زیر مجموعه ای از یک فضای متریک باشد. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

۰۱  $\bar{E} = \overline{E^\circ}$   
 ۰۲  $E^\circ = \overline{E^\circ}$   
 ۰۳  $(E^\circ)^c = \overline{E^c}$   
 ۰۴  $E^c = (E^\circ)^c$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها، علوم

کامپیوتر ۱۱۱۳۲۲

۸- کدام یک از توابع زیر در تمام نقاط  $[0,1]$  دارای حد است و در نقاط اصم این بازه پیوسته است؟

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \in Q \\ 1 & x \notin Q \end{cases} \quad .1$$

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & x \in Q \\ \cos x & x \notin Q \end{cases} \quad .2$$

$$f(x) = \begin{cases} x & x \notin Q \\ m \sin \frac{1}{n} & x = \frac{m}{n} ((m, n) = 1, m, n \in N) \end{cases} \quad .3$$

$$f(x) = \begin{cases} x & x \in Q \\ 1-x & x \notin Q \end{cases} \quad .4$$

۹- اگر  $f: A \subseteq R \rightarrow R$  تابع پیوسته و  $A$  نافشرده ولی کراندار باشد آنگاه  $f$  روی  $A$

۱. کراندار است ولی پیوسته یکنواخت نیست.
۲. اگر پیوسته یکنواخت باشد کراندار است.
۳. اگر کراندار باشد ماکسیمم دارد.
۴. پیوسته یکنواخت است ولی کراندار نیست.

۱۰- کدام گزینه درست است؟

۱. مجموعه نقاط ناپیوستگی هر تابع یکنوا، از نوع دوم است.
۲. اگر  $f(c^+)$  و  $f(c^-)$  موجود نباشند ناپیوستگی تابع  $f$  از نوع اول است.
۳. مجموعه نقاط ناپیوستگی هر تابع یکنوا، متناهی یا شمارش پذیر است.
۴. اگر در تابع یکنوای  $f$ ،  $f(c^-) = f(c^+)$  باشد، در  $c$  پیوسته است.

۱۱- اگر  $X$  و  $Y$  دو فضای متری باشد تابع  $f: X \rightarrow Y$  پیوسته است اگر و تنها اگر

۱. برای هر زیرمجموعه فشرده  $A$  در  $X$ ،  $f(A)$  در  $Y$  فشرده باشد.
۲. برای هر زیرمجموعه باز  $A$  در  $X$ ،  $f(A)$  در  $Y$  باز باشد.
۳. برای هر زیرمجموعه  $A \subseteq X$ ،  $\overline{f(A)} \subseteq f(\overline{A})$  باشد.
۴. برای هر زیرمجموعه  $B \subseteq Y$ ،  $f^{-1}(B^\circ) \subseteq (f^{-1}(B))^\circ$  باشد.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها، علوم

کامپیوتر ۱۱۱۳۲۲

۱۲- اگر تابع  $f$  در بازه  $[a, b]$  پیوسته و در بازه  $(a, b)$  مشتق پذیر باشد، آنگاه کدام شرط کافی است تا عددی مانند  $c$  در  $(a, b)$  موجود باشد بطوریکه  $f'(c) = 0$

۱.  $f(a) = f(b)$     ۲.  $f(a).f(b) < 0$     ۳.  $f(a) < f(b)$     ۴.  $f(a) > f(b)$

۱۳- اگر  $n$  عدد طبیعی زوج و تابع  $f$  دارای مشتق مرتبه  $n$  ام پیوسته بر بازه  $(a, b)$  و در نقطه ای مانند  $c \in (a, b)$ ،  $f^{(n)}(c) < 0$  و  $f'(c) = f''(c) = \dots = f^{(n-1)}(c) = 0$  باشد آنگاه

۱.  $f$  در  $c$  دارای مینیمم موضعی است.    ۲.  $f$  در  $c$  دارای ماکزیمم موضعی است.

۳.  $c$  نقطه مینیمم مطلق  $f$  است.    ۴.  $c$  نقطه ماکزیمم مطلق  $f$  است.

۱۴- اگر تابع  $f$  و  $\alpha$  بر فاصله  $[0, 1]$  با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} x & x \in Q \cap [0, 1] \\ -x & x \notin Q \cap [0, 1] \end{cases}$  و  $\alpha(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 2 & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$  باشند، آنگاه کدام

گزینه درست است؟

۱.  $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 f(x) d\alpha(x)$     ۲.  $\int_0^1 f(x) d\alpha(x) = 1$

۳.  $f \in R(\alpha)$     ۴.  $\int_0^1 f(x) d\alpha(x) = \frac{1}{2}$

۱۵- مقدار انتگرال  $\int_0^4 (x^2 + [x])d([2x])$  کدام گزینه است؟

۱. ۴    ۲. ۲۰    ۳.  $\frac{64}{3}$     ۴. موجود نیست.

۱۶- مقدار  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{n^2 + k^2}}$  کدام گزینه است؟

۱.  $\log(\sqrt{2} - 1)$     ۲.  $\log(\sqrt{2} + 1)$     ۳. موجود نیست.    ۴.  $\log(2 + \sqrt{2})$

۱۷- اگر  $f \in R(\alpha)$  روی  $[a, b]$  باشد، آنگاه در این بازه

۱.  $f$  کراندار و  $\alpha$  پیوسته است.    ۲.  $f$  و  $\alpha$  هر دو پیوسته اند.    ۳.  $f$  و  $\alpha$  نقاط ناپیوستگی چپ (راست) مشترک ندارند.    ۴.  $\alpha$  صعودی و  $f$  پیوسته است.



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها، علوم

کامپیوتر ۱۱۱۳۲۲

۱۸- نقیض عبارت  $f_n \xrightarrow{E} f$  کدام گزینه است؟

۱.  $\exists \varepsilon \forall N \exists n \exists x (n \geq N, x \in E, |f_n(x) - f(x)| < \varepsilon)$

۲.  $\exists \varepsilon \forall N \exists n \exists x (n \geq N, x \in E \rightarrow |f_n(x) - f(x)| \geq \varepsilon)$

۳.  $\exists \varepsilon \forall N \exists n \exists x (n \geq N, x \in E, |f_n(x) - f(x)| \geq \varepsilon)$

۴.  $\forall \varepsilon \exists N \forall n \forall x (n \geq N, x \in E, |f_n(x) - f(x)| \geq \varepsilon)$

۱۹- اگر  $X$  یک فضای متریک فشرده و  $F \subseteq C(X)$  باشد، آنگاه

۱. اگر  $F$  همپیوسته و کراندار باشد فشرده است.

۲. اگر  $F$  بسته باشد  $F$  بطور یکنواخت کراندار است.

۳. اگر  $F$  بسته باشد همپیوسته و کراندار است.

۴. اگر  $F$  فشرده باشد همپیوسته و کراندار است.

۲۰- کدام گزینه در مورد دنباله  $f_n(x) = \frac{1}{n} e^{-n^2 x^2}$  بر  $R$  نادرست است؟

۱. دنباله  $\{f'_n\}$  بطور یکنواخت همگرا است.

۲. دنباله  $\{f'_n\}$  بطور یکنواخت کراندار است.

۳. دنباله  $\{f_n\}$  بطور یکنواخت همگرا است.

۴. دنباله  $\{f_n\}$  بطور یکنواخت کراندار است.

### سوالات تشریحی

۱- ثابت کنید اگر  $M$  یک فضای متریک فشرده باشد آنگاه هر زیرمجموعه نامتناهی  $E$  از  $M$  حداقل یک نقطه انباشتگی در  $M$  دارد.

۲- ثابت کنید اگر  $X$  و  $Y$  دو فضای متری و  $f: X \rightarrow Y$  تابع پیوسته و  $E \subseteq X$  همبند باشد آنگاه  $f(E)$  همبند است.

۳- فرض کنید تابع برداری  $f$  بر بازه  $[a, b]$  پیوسته و بر بازه  $(a, b)$  مشتق پذیر باشد ثابت کنید عددی مانند  $c \in (a, b)$  وجود دارد بطوریکه

$$\|f(b) - f(a)\| \leq (b - a) \|f'(c)\|$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها، علوم

کامپیوتر ۱۱۱۳۲۲

نمره ۱.۴۰

۴- فرض کنید  $\alpha$  بر  $[a, b]$  صعودی و در نقطه  $c \in (a, b)$  پیوسته و  $f(x) = \begin{cases} 1 & x = c \\ 0 & x \neq c \end{cases}$  باشد نشان دهید  $\int_a^b f d\alpha = 0$  و  $f \in R(\alpha)$

نمره ۱.۴۰

۵- نشان دهید که سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n+x}$  بر  $[0, \infty)$  به طور یکنواخت همگراست در حالی که به طور مطلق همگرا نیست.

نیست.